

VŠB-Technická univerzita Ostrava

Fakulta stavební

Katedra konstrukcí

**Tvorba výpočetního programu pro analýzu kruhových
a mezikruhových železobetonových desek**

**Software for circle and ring reinforced
concrete slabs analysis**

Student:

Jana Labudková

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Matečková Pavlína, Ph.D.

Ostrava 2012

Zadání bakalářské práce

Student: **Jana Labudková**
Studijní program: B3607 Stavební inženýrství
Studijní obor: 3607R037 Konstrukce staveb
Téma: Tvorba výpočetního programu pro analýzu kruhových a mezikruhových
železobetonových desek
Software for circle and ring reinforced concrete slabs analysis

Zásady pro vypracování:

V práci bude provedeno analytické řešení vnitřních sil na mezikruhové a kruhové rotačně symetricky zatížené desce pro různá rozpětí, zatížení a podepření. Dále bude proveden návrh příslušné výztuže a posouzení železobetonového průřezu pro různé varianty řešení.
Pro výpočet vnitřních sil a návrh výztuže bude zpracován program ve vhodném softwaru, např. v Excelu.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] ČSN EN1991-1-1: Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-1: Obecná zatížení - Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb. Praha 2004
- [2] ČSN EN 1992-1-1: Navrhování betonových konstrukcí- část 1-1 Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha: ČNI, 2006.

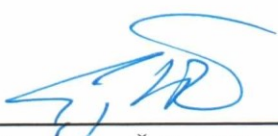
Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Pavlína Matečková, Ph.D.**


Datum zadání: 31.10.2011

Datum odevzdání: 30.04.2012





prof. Ing. Radim Čajka, CSc.
vedoucí katedry



prof. Ing. Darja Kubečková Skulinová, Ph.D.
děkanka fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracovala samostatně pod vedením vedoucí bakalářské práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 30. 4. 2012

.....

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- byla jsem seznámena s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́домі, же Высoкá школа ба́нская – Техни́кая универзита Ostrava (дále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk bakalářské práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí. Souhlasím s tím, že údaje o bakalářské práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- было сjeднáно, же с VŠB-TUO, в пpипаде́ зájму з její strany, узавpу лицен́ный сmlouvu s оpáвнeнiем узít дiло в rozsahu § 12 odst. 4 ауторскéго зáкона.
- было сjeднáно, же узít své дiло – бакалáрскую пpáцу nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je оpáвнeна в takovém пpипаде́ ode mne požadovat пpимéренý пpиспévek на úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO на vytvoření дiла vynalóжены (až до jejich skutečné výše).
- беру на ве́домі, же оdevздáním své пpáцы souhlasím se зvepеjнeнiем své пpáцы podle зáкона ч. 111/1998 Sb., о высoкých школáх а о змeнe а доплнeнiи далéших зáконů (зáкон о высoкých школáх), в знeнiи позде́jších пpедписů, без оhлeду на результат jejі обhаjобы.

V Ostravě 30. 4. 2012

.....

.....

Jana Labudková

Anotace bakalářské práce

Cílem práce bylo vytvořit univerzální program pro vyztužování železobetonových mezikruhových a kruhových desek v radiálním a tangenciálním směru. Program slouží k jejich navrhování a posuzování z hlediska mezního stavu únosnosti i mezního stavu použitelnosti. Uživatel si zvolí typ uložení, rozměry konstrukce, třídu betonu a oceli. Program na základě teorie desek a deskové rovnice pro mezikruhové a kruhové desky vykreslí tvar průhybu a průběhy vnitřních sil, což umožní přistoupit k návrhu výztuže. Uživatel zvolí profil betonářské výztuže a program navrhne řešení tak, aby vyhovělo nejen všem konstrukčním zásadám, ale především oběma mezním stavům. Součástí práce je uživatelský manuál, který přispívá k lepší orientaci při práci v programu a umožňuje tak uživateli rychlé a efektivní využití. Součástí práce je také vzorové navržení konkrétní desky s několika typy uložení mezikruhové desky.

Klíčová slova: mezikruhová deska, kruhová deska, radiální výztuž, tangenciální výztuž, mezní stav únosnosti, mezní stav použitelnosti

Počet stran: 95

Annotation of bachelor thesis:

The aim of this work is to create program on annular and circular concrete slabs reinforced in radial and tangential direction. The program can be used for their design and assessment to Ultimate limit state and Serviceability limit state. The user can choose type of supporting, dimensions of the structure, grade of the concrete and steel. Using the theory of slabs and the equation for circular and annular slabs the program draws deflection shape and bending moments' diagrams which are used for calculation of the reinforcement. The user selects diameter of steel reinforcement and the program proposes solutions which comply not only to the design principles but also to the both limit states. A user manual is included, which helps with better orientation during the work with the program and makes it possible for quick and efficient use. The sample design of concrete slabs with several types of supporting is included.

Key words: annular slab, circular slab, radial reinforcement, tangential reinforcement, ultimate limit state, serviceability limit state

Number of pages: 95

OBSAH BAKALÁŘSKÉ PRÁCE:

Seznam použitého značení	7
1 ÚVOD	12
2 STATICKÁ ANALÝZA KRUHOVÝCH A MEZIKRUHOVÝCH DESEK	14
2.1 Podmínky a předpoklady řešení kruhových a mezikruhových desek	14
2.1.1 Rotační symetrie	14
2.1.2 Souřadnicový systém	14
2.1.3 Základní předpoklady statické analýzy	15
2.1.4 Měrné vnitřní síly	16
2.1.5 Odvození základních vztahů	17
2.1.6 Okrajové podmínky různých typů uložení mekruhových desek	20
2.1.7 Odvození okrajových podmínek mezikruhových desek	21
2.1.8 Okrajové podmínky různých typů uložení kruhových desek ...	27
2.1.9 Odvození okrajových podmínek kruhových desek	28
2.1.9.1 Plné kruhové desky podepřené na okraji	28
2.1.9.2 Plné kruhové desky podepřené po svém okraji a uprostřed sloupem	29
3 NAVRHOVÁNÍ ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ	35
3.1 Beton	35
3.2 Výztuž	37
3.3 Proces navrhování	38
3.4 Zatížení	39
3.5 Mezní stav únosnosti (MSÚ)	41
3.6 Mezní stav použitelnosti (MSP)	45
3.6.1 Omezení napětí – bez přímého výpočtu	47
3.6.2 Omezení trhlin – bez přímého výpočtu	47

3.6.2.1	Minimální průřezové plochy výztuže	48
3.6.2.2	Omezení šířky trhlin – bez přímého výpočtu	49
3.6.3	Omezení průhybu	51
3.6.3.1	Případy, kdy lze od přímého výpočtu upustit	51
3.6.3.2	Posouzení průhybu přímým výpočtem	53
3.7	Protlačení desky sloupem	54
3.7.1.	Únosnost ve smyku při protlačení desek bez smykové výztuže	55
4	PROGRAM VYTVOŘENÝ V MS EXCEL	57
5	OVĚŘENÍ SPRÁVNOSTI	76
6	ANOMÁLIE MEZIKRUHOVÝCH A KRUHOVÝCH DESEK	83
6.1	Anomálie průběhů vnitřních sil	83
6.2	Odvození měrného deskového momentu setrvačnosti I^D	87
7	ZÁVĚR	89
8	PODĚKOVÁNÍ	91
9	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	92
10	SEZNAM TABULEK A OBRÁZKŮ	93
11	SEZNAM PŘÍLOH	95

Seznam použitého značení:

Pro účely bakalářské práce platí následující značky:

Velká písmena latinské abecedy

A	síla ve sloupu	[N, kN]
A	průřezová plocha	[m ²]
A_c	průřezová plocha betonu	[m ²]
A_s	průřezová plocha betonářské výztuže	[m ²]
A^I_i	plocha ideálního průřezu bez trhlin	[m ²]
A^{II}_i	plocha ideálního průřezu s trhlinami	[m ²]
$A_{s,min}$	minimální průřezová plocha betonářské výztuže	[m ²]
C_1, C_2	integrační konstanty u výpočtů kruhových a mezikruhových desek	[-]
C_3	integrační konstanta u výpočtů mezikruhových desek	[-]
C_4	integrační konstanta u výpočtů mezikruhových desek a kruhových desek se sloupem	[-]
C_{11}, C_{21}	integrační konstanty u výpočtů prvního zatěžovacího stavu kruhových desek se sloupem	[-]
C_{12}, C_{22}	integrační konstanty u výpočtů druhého zatěžovacího stavu kruhových desek se sloupem	[-]
C_{42}	integrační konstanta u výpočtů druhého zatěžovacího stavu kruhových desek se sloupem	[-]
D	desková tuhost	[kNm]
E_{cm}	sečnový modul pružnosti betonu	[GPa]
E_s	návrhová hodnota modulu pružnosti betonářské oceli	[GPa]
F_c	tlaková síla v betonu	[N]
F_s	tahová síla ve výztuži	[N]
F_d	návrhová hodnota zatížení	[N]
F_k	charakteristická hodnota zatížení	[N]
G_k	charakteristická hodnota stálého zatížení	[N]
I^D	měrný deskový moment setrvačnosti *	[m ⁴ /m]
$I^{D I}_i$	měrný deskový moment setrvačnosti bez trhlin *	[m ⁴ /m]
$I^{D II}_i$	měrný deskový moment setrvačnosti s trhlinami *	[m ⁴ /m]
K	součinitel zohledňující nosný systém	[-]
L	délka	[m]

M	ohybový moment	[kNm]
M_{ek}	ohybový moment pro kvazistálou kombinaci zatížení	[kNm]
M_{cr}	ohybový moment na mezi vzniku trhlin	[kNm]
MS	zkratka pro Microsoft (Excel)	[-]
$MSÚ$	mezní stav únosnosti	[-]
MSP	mezní stav použitelnosti	[-]
P	osamělé břemeno	[N]
Q_k	charakteristická hodnota proměnného zatížení	[kN/m ²]
R	reakce od sloupu získaná během analýzy idealizované konstrukce	[N, kN]
$1.MS$	první mezní stav	[-]
$2.MS$	druhý mezní stav	[-]
ZS	zatěžovací stav	[-]

* Pozn.: Odvození měrného deskového momentu setrvačnosti (kap. 6.2)

Malá písmena latinské abecedy

a_{gi}	těžiště ideálního průřezu	[m]
a_s	skutečná plocha výztuže	[m ²]
$a_{s,min}$	minimální stupeň vyztužení	[m ²]
$a_{s,max}$	maximální stupeň vyztužení	[m ²]
$a_{s,req}$	plocha potřebné výztuže	[m ²]
a_{st1}	plocha jednoho prutu navržené výztuže	[m ²]
b	šířka desky (1m)	[m]
c_{min}	minimální krytí výztuže	[mm]
c_{nom}	nominální krycí vrstva	[m, mm]
d	účinná výška průřezu	[m, mm]
d_2	účinná výška průřezu	[m, mm]
d_g	největší jmenovitý rozměr zrna kameniva	[m, mm]
d_{eff}	účinná výška desky	[m, mm]
d_r, d_φ	účinné výšky výztuže ve dvou na sebe kolmých směrech (radiálním a tangenciálním směru)	[m, mm]
f_{bd}	návrhová hodnota mezního napětí v soudržnosti	[MPa]
f_c	pevnost betonu v tlaku	[MPa]
f_{cd}	návrhová pevnost betonu v tlaku	[MPa]

f_{ck}	charakteristická válcová pevnost betonu v tlaku ve stáří 28 dní	[MPa]
f_{cm}	průměrná hodnota válcové pevnosti betonu v tlaku	[MPa]
f_{ctk}	charakteristická pevnost betonu v dostředném tahu	[MPa]
f_{ctd}	návrhová pevnost betonu v dostředném tahu	[MPa]
f_{ctm}	průměrná hodnota pevnosti betonu v dostředném tahu	[MPa]
$f_{ct,eff}$	pevnost betonu v tahu při vzniku trhlin	[MPa]
f_y	mez kluzu betonářské výztuže	[MPa]
f_{yd}	návrhová mez kluzu betonářské výztuže	[MPa]
f_{yk}	charakteristická mez kluzu betonářské výztuže	[MPa]
h	celková výška průřezu, tloušťka desky	[m]
h_{cr}	výška tlačené oblasti bezprostředně před vznikem trhliny	[m]
k	součinitel	[-]
l	délka; rozpětí	[m]
$l_{b,rqd}$	základní požadovaná kotevní délka	[mm]
$l_{b,min}$	minimální kotevní délka	[mm]
m_r	měrný ohybový moment radiální	[kNm/m]
m_φ	měrný ohybový moment tangenciální	[kNm/m]
$m_{r\varphi}$	měrný krouticí moment	[kNm/m]
m_{ed}	návrhový měrný ohybový moment	[kNm/m]
n_{min}	potřebný počet prutů na 1 bm šířky desky	[ks]
p	rovnoměrné rotačně symetrické zatížení	[kN/m ²]
q_r	měrná posouvající síla radiální	[kN/m]
q_φ	měrná posouvající síla tangenciální	[kN/m]
r	polární souřadnice	[m]
r	poloměr kruhové desky	[m]
r_1	poloměr vnitřního kruhu mezikruží	[m]
r_2	poloměr vnějšího kruhu mezikruží	[m]
s	osová vzdálenost výztužných vložek	[mm, m]
s_{max}	maximální osová vzdálenost výztužných vložek	[mm, m]
s_{min}	minimální vzdálenost výztužných vložek	[mm, m]
u_l	základní kontrolovaný obvod	[m]
u, v, w	složky přemístění bodu	[m]

$v_{Rd,c}$	návrhová hodnota únosnosti ve smyku při protlačení desky bez smykové výztuže	[kN]
v_{ed}	smykové napětí v kontrolovaném obvodu	[kN]
w	průhyb, funkce průhybu	[m]
w'	první derivace funkce průhybu	[-]
w''	druhá derivace funkce průhybu	[-]
w'''	třetí derivace funkce průhybu	[-]
$w(r)$	funkce ohybové plochy	[-]
$w_0(r)$	partikulární integrál základní rovnice závislý na zatížení	[-]
w_{max}	doporučená šířka trhlin	[mm]
x	výška tlačené oblasti	[m]
x	část průřezu neporušená trhlínami	[m]
x,y,z	souřadnice	[m]
z	rameno vnitřních sil	[m]

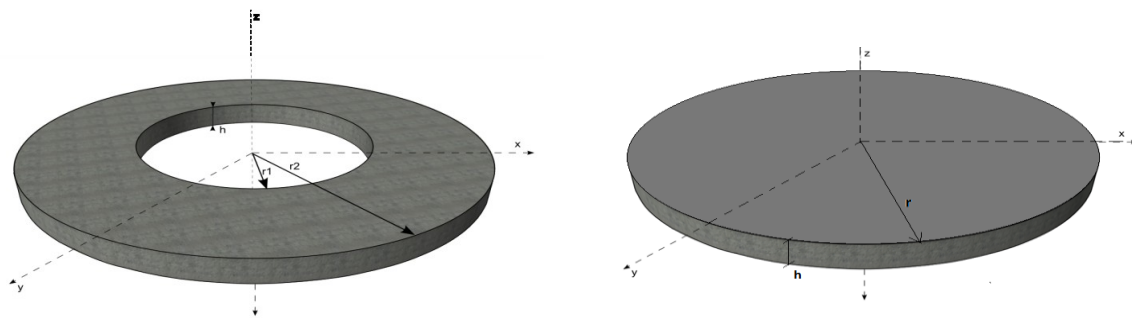
Řecká abeceda

α_e	součinitel	[-]
α	přetvárná veličina, v této práci průhyb desky $\alpha = w_{kvazi}$	[m]
α_I, α_{II}	hodnoty deformace pro stav bez trhlin a stav s plně rozvinutými trhlínami	
	$\alpha_I = w_{kvazi}^I \dots$ průhyb pro desku neporušenou trhlínami	[m]
	$\alpha_{II} = w_{kvazi}^{II} \dots$ průhyb pro desku zcela porušenou trhlínami	[m]
β	součinitel zohledňující vliv doby trvání zatížení	[-]
β	součinitel pro sloup uprostřed desky	[-]
γ	dílčí součinitel	[-]
γ_c	dílčí součinitel betonu	[-]
γ_G	dílčí součinitel stálého zatížení G	[-]
γ_M	dílčí součinitel vlastnosti materiálu	[-]
γ_Q	dílčí součinitel proměnného zatížení Q	[-]
γ_s	dílčí součinitel betonářské oceli	[-]
ζ	rozdělovací součinitel	[-]
ξ	omezení výšky tlačené oblasti	[-]
ξ_{bal}	omezení výšky tlačené oblasti	[-]

η	součinitel definující účinnou pevnost	[-]
η_1, η_2	součinitelé podmínek soudržnosti	[-]
θ	úhel	[°]
λ	součinitel definující účinnou výšku tlačené oblasti	[-]
μ	Poissonův součinitel	[-]
ρ	objemová hmotnost materiálu	[kg/m ³]
ρ_l	stupeň vyztužení podélnou výztuží	[-]
ρ_0	referenční stupeň vyztužení	[-]
ρ, ρ'	požadovaný stupeň vyztužení tahovou výztuží ve středu rozpětí	[-]
σ_c	napětí v betonu	[MPa]
σ_s	napětí ve výztuži	[MPa]
σ_r	napětí v radiálním směru	[MPa]
σ_φ	napětí v tangenciálním směru	[MPa]
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	napětí ve směrech pravoúhlého souřadnicového systému	[MPa]
σ_{cp}	normálové napětí v betonu	[MPa]
φ	polární souřadnice	[°]
ϕ	průměr prutu betonářské výztuže	[mm, m]
ϕ_s	maximální upravený průměr prutu	[mm]
ϕ_s^*	maximální průměr prutu uvedený v normě	[mm]
κ_{c1}	součinitel závislý na tvaru průřezu	[-]
κ_{c2}	součinitel závislý na rozpětí	[-]
κ_{c3}	součinitel napětí tahové výztuže v extrémně namáhaném průřezu	[-]
ψ	součinitele definující reprezentativní hodnoty proměnného zatížení	[-]
ψ_0	pro kombinační hodnoty	[-]
ψ_1	pro časté hodnoty	[-]
ψ_2	pro kvazistálé hodnoty	[-]

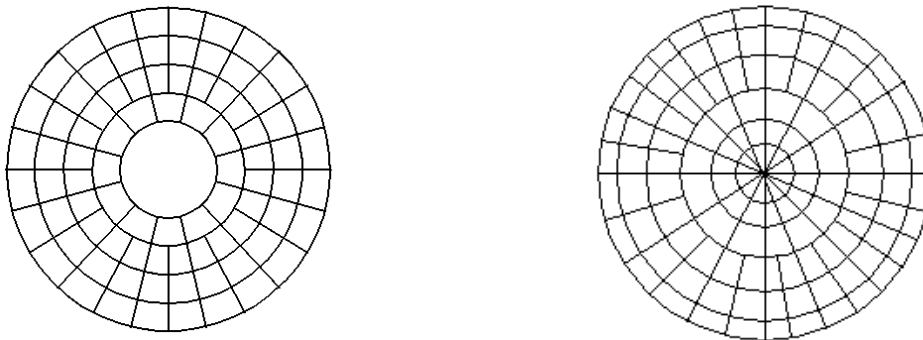
1 ÚVOD

V dnešní době se stále častěji setkáváme se stavbami originálních tvarů, provedení a velikostí. Výjimkou nejsou ani stavby kruhového či mezikruhového půdorysného tvaru. A právě kruh a mezikruží hrají v této práci stěžejní roli. Mezikruhové a kruhové desky (obr. 1) se ve stavební praxi používají jako horizontálně nosné konstrukce zatížené a podepřené kolmo na svou střednicovou rovinu (rovinu, která rozděluje tloušťku desky na polovinu). Můžeme se s nimi setkat při zakládání staveb, zastřešení objektu nebo jako se stropní konstrukcí. Jsou to plošné konstrukce válcového typu, jejichž tloušťka je řádově menší než jejich průměr, popřípadě šířka mezikruží. Pokud se jedná o zatížení, je v této práci uvažováno s působením plošného statického silového rovnoměrného zatížení působícího kolmo na rovinou střednicovou plochu desky.



Obr. 1.: Model konstrukce mezikruhového a kruhového tvaru

Výsledný uživatelský program byl vytvořen v MS Excel 2007, který je široké veřejnosti běžně přístupný. Vytvořený program slouží k navrhování a následnému posuzování výztuže v železobetonových deskách mezikruhového i kruhové tvaru. Pro správné fungování programu je nezbytné, aby byla výztuž kladena v radiálním a tangenciálním směru (obr. 2), což byl základní předpoklad pro vytvoření programu.



Obr. 2: Způsob vyztužení konstrukce mezikruhového a kruhového tvaru

Program je vytvořen pro různé způsoby podepření kruhových a mezikruhových desek tak, aby práce s programem byla jednoduchá a pro uživatele přehledná. Jednoznačně jsou označena místa, kam uživatel zadává hodnoty, které blíže specifikují danou konstrukci. S těmito hodnotami program automaticky pracuje. Dále program uživatele navádí v dalším postupu až ke konečnému návržení dimenzí konstrukce, betonářské oceli a jejich následnému posouzení podle mezního stavu únosnosti a mezního stavu použitelnosti.

Během zpracování bakalářské práce byla snaha toto téma rozšířit o vlastní nápady a postupně aplikovat problematiku navrhování železobetonových konstrukcí tak, aby využití výsledného programu bylo použitelné pro různé typy mezikruhových a kruhových železobetonových desek. Byl také kladen zřetel na takové zpracování, které umožní co možná nejmenší konstrukční omezení z hlediska únosnosti i použitelnosti.

K vytvoření výsledného uživatelského programu bylo zapotřebí rozdělit práci s kruhovými a mezikruhovými deskami na dvě části. První část souvisí s poznatky ze stavební mechaniky. Bylo nutné provést statickou analýzu kruhových i mezikruhových desek a následně řešit rovnice desky v polárních souřadnicích pro různé typy podepření takových konstrukcí. V druhé části je na problematiku nahlíženo v souvislosti s principy používanými při navrhování a posuzování betonových konstrukcí včetně dodržení konstrukčních zásad.

Při vzájemném propojení obou hlavních částí mohl být vytvořen program v MS Excel, jehož výstupem jsou graficky znázorněné průhyby i průběhy napětí a vnitřních sil (měrné ohybové momenty radiální i tangenciální a měrná posouvající síla) potřebných k návrhu železobetonové konstrukce. Součástí výstupu jsou i všechny navržené dimenze konstrukce a její celkové posouzení z hlediska MS únosnosti a MS použitelnosti. Správnost výsledných průhybů, vnitřních sil a napětí byla ověřena srovnáním s výstupy namodelovaných konstrukcí v programu Scia Engineer 2009. (viz.kap. 5) Celý postup návrhu i posudku konstrukce je v závěru programu přehledně zobrazen a shrnut v tzv. „Verzi pro tisk“, což uživateli ušetří práci s dalším formátováním a hned si může početní výstup vytisknout ve formátu A4.

2 STATICKÁ ANALÝZA KRUHOVÝCH A MEZIKRUHOVÝCH DESEK

2.1 PODMÍNKY A PŘEDPOKLADY ŘEŠENÍ KRUHOVÝCH A MEZIKRUHOVÝCH DESEK

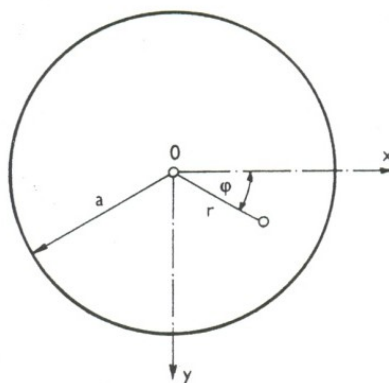
2.1.1 Rotační symetrie

Všechny kruhové a mezikruhové desky jsou v práci považovány za rotačně symetrické, což znamená, že splňují následující předpoklady:

- rotačně symetrické podepření (tedy i okrajové podmínky)
- rotačně symetrické zatížení

2.1.2 Souřadnicový systém

Při řešení je vhodné užití válcových souřadnic, kterých je v práci použito. V půdorysu je poloha určena polárními souřadnicemi r a φ (obr. 3), které se uplatní zejména při nahrazení skutečné konstrukce modelem její střednicové roviny. Ve válcových souřadnicích přibývá ještě souřadnice z .



Obr. 3: Konvence polárních souřadnic [13]

2.1.3 Základní předpoklady statické analýzy

Práce je řešena za předpokladu tenkých desek a podle Kirchhoffovy teorie platí:

- rozměry kruhové desky splňují následující podmínku:

$$\frac{h}{r} < \left\langle \frac{1}{10}, \frac{1}{50} \right\rangle \quad (1)$$

h ... tloušťka desky

r ... poloměr kruhové desky

- rozměry mezikruhové desky splňují následující podmínku:

$$\left(\frac{h}{2 \cdot (r_2 - r_1)} \right) < \left\langle \frac{1}{10}, \frac{1}{50} \right\rangle \quad (2)$$

h ... tloušťka desky

r_1 ... vnitřní poloměr mezikruhové desky

r_2 ... vnější poloměr mezikruhové desky

- deformace střednicové plochy jsou malé, $w < 0.2h$
- normálová napětí σ_z jsou v porovnání s napětím σ_x a σ_y malá, a proto se zanedbávají
- body ležící před deformací na normále ke střednicové rovině na ní leží i po deformaci (tzv. špendlíková hypotéza). Nemění se ani jejich vzdálenost $\varepsilon_z = 0$. Důsledkem je, že přetvoření lze vyjádřit jako funkci ohybové plochy $w(r)$.
- body na střednicové ploše desky mají nulové normálové napětí a přemísťují se pouze ve směru osy z (podmínkou je symetrický tvar desky, který je v bakalářské práci předpokládán)

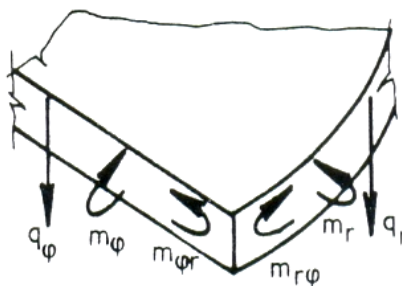
2.1.4 Měrné vnitřní síly

Na deskách kruhového a mezikruhového tvaru vznikají následující měrné vnitřní síly:

Měrné vnitřní síly obecně:

m_r	měrné ohybové momenty radiální
m_φ	měrné ohybové momenty tangenciální
$m_{r\varphi}$	měrné krouticí momenty
q_r	měrné posouvající síly radiální
q_φ	měrné posouvající síly tangenciální

Konvence vnitřních sil kruhových a mezikruhových desek při rotační symetrii je patrná na obr. 4.



Obr. 4: Konvence měrných vnitřních sil [13]

Při rotační symetrii jsou všechny veličiny nezávislé na φ . Proto mají derivace podle φ nulové a jsou tak funkcemi jen jedné proměnné, tj. r .

Podmínkou je, aby veličiny, které by narušovaly symetrii podle libovolné radiální roviny proložené osou rotační symetrie, byly nulové – jedná se o posuvy v , krouticí momenty $m_{r\varphi}$ a posouvající sílu tangenciální q_φ . [1]

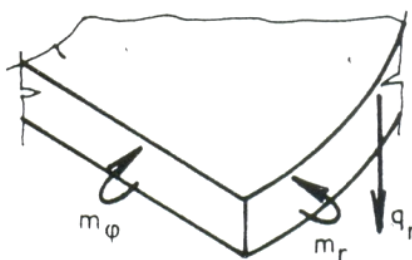
Nenulové měrné vnitřní síly jsou:

m_r měrné ohybové momenty radiální

m_φ měrné ohybové momenty tangenciální

q_r měrné posouvající síly radiální

Konvence nenulových vnitřních sil kruhových a mezikruhových desek při rotační symetrii je patrná na obr. 5.



Obr. 5: Nenulové měrné vnitřní síly [13]

2.1.5 Odvození základních vztahů

Z geometrické podmínky přímých normál a fyzikálních podmínek (Hookova zákona) získáme vztahy mezi ohybovými momenty a průhybem w . [1]

Pro ohybové radiální momenty platí:

$$m_r = -D \left(w'' + \mu \frac{w'}{r} \right) \quad (3)$$

Pro ohybové tangenciální momenty platí:

$$m_\varphi = -D \left(\frac{w'}{r} + \mu \cdot w'' \right) \quad (4)$$

Pro posouvající radiální sílu platí:

$$q_r = \frac{1}{r} [(m_r r)' - m_\varphi] = -D \left(w''' + \frac{1}{r} w'' - \frac{1}{r^2} w' \right) \quad (5)$$

Pro napětí v radiálním směru k hornímu okraji (+) a k dolnímu okraji (–) platí:

$$\sigma_r = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left(z w' + \frac{z}{r} \mu w' \right) \quad (6)$$

Pro napětí v tangenciálním směru k hornímu okraji (+) a k dolnímu okraji (–) platí:

$$\sigma_\varphi = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{z}{r} w' + z \mu w' \right) \quad (7)$$

POZN.: V rovnicích (6) a (7) je z kolmá vzdálenost od střednicové plochy. Odvození těchto je rovnic blíže popsáno v [5].

Ve výrazech použité D je desková tuhost:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \quad (8)$$

Z podmínek rovnováhy elementu desky je získána podmínka rovnováhy pro ohybové momenty:

$$(m_r r)' - m_\varphi' + p \cdot r = 0 \quad (9)$$

Dosažením výše uvedených momentů m_r a m_φ dostaneme **základní rovnici obecně kruhových desek**:

$$w'''' + \frac{2}{r} w''' - \frac{1}{r^2} w'' + \frac{1}{r^3} w' = \frac{p}{D} \quad (10)$$

Řešení této Eulerovy lineární diferenciální rovnice čtvrtého řádu lze upravit do tvaru:

$$\left\{ r \left[\frac{1}{r} (r D w)' \right]' \right\}' = r p \quad (11)$$

Postupnou integrací dostaneme **deskovou rovnici mezikruhových desek** [1]:

$$w(r) = w_0(r) + C_1 + C_2 r^2 + C_3 \ln r + C_4 r^2 \ln r \quad (12)$$

V případě, kdy se jedná o plnou kruhovou desku, musí z fyzikálního hlediska platit C_3 i $C_4 = 0$ a **desková rovnice kruhových desek** má tedy tvar:

$$w(r) = w_0(r) + C_1 + C_2 r^2 \quad (13)$$

Důvodem je, že plná kruhová deska nemá žádný vnitřní okraj, který je nahrazen středem desky. Nemá-li být průhyb uprostřed desky neomezeně velký, musí být $C_3 = 0$. Není-li střed zatížen osamělým břemenem (popřípadě bodově podepřen sloupem), musí platit také $C_4 = 0$, aby nerostla neomezeně posouvající síla q_r . [1]

Součástí práce jsou také plné kruhové desky ve středu podepřené sloupem, které jsou řešeny rozdělením na dva zatěžovací stavy. Pro toto statické schéma, kdy je deska podepřena kromě svého okraje také ve středu rotace, se tedy pracuje s následujícími tvary deskové rovnice kruhové desky:

Pro 1. zatěžovací stav:

$$w_1(r) = w_0(r) + C_{11} + C_{21}r^2 \quad (14)$$

Pro 2. zatěžovací stav:

$$w_2(r) = C_{12} + C_{22}r^2 + C_{42}r^2 \ln r \quad (15)$$

POZN.: Plné kruhové desky podepřené po svém okraji a ve středu rotace sloupem jsou podrobněji řešeny v samostatné kap.č. 2.1.9.2.

V rovnicích (12), (13), (14) je člen $w_0(r)$ partikulární integrál základní rovnice, který závisí na zatížení. Pro rovnoměrné rotačně symetrické zatížení, se kterým je při zatěžování kruhových a mezikruhových desek v této práci uvažováno, platí:

$$w_o(r) = \frac{pr^4}{64D} \quad (16)$$

V rovnicích použité C_1 , C_2 , C_3 a C_4 jsou integrační konstanty, které se určí z okrajových podmínek dle uložení desky.

Okrajové podmínky na vnějším i vnitřním okraji mezikruhové desky:

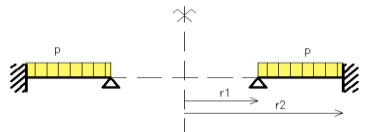
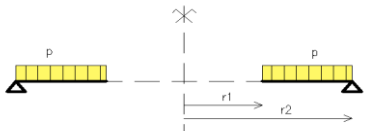
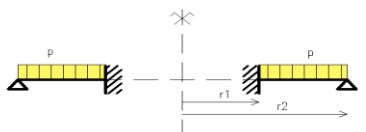
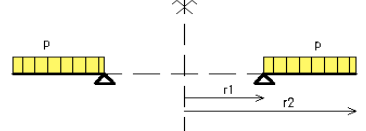
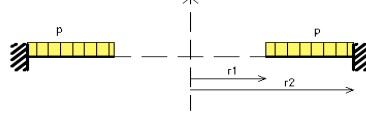
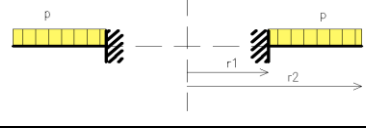
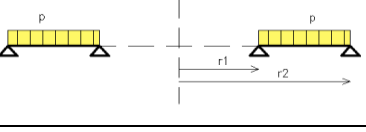
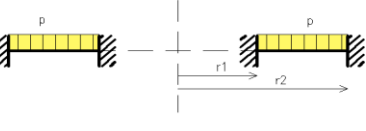
- prosté podepření $w=0, m_r=0$
- vetknutí $w=0, w'=0$
- volný okraj $m_r=0, q_r=0$

Okrajové podmínky kruhové desky:

- prosté podepření $w=0, m_r=0$
- vetknutí $w=0, w'=0$

2.1.6 Okrajové podmínky různých typů uložení mezikruhových desek

Vzhledem k tomu, že výsledná rovnice desky obsahuje čtyři integrační konstanty, je potřebné pro konkrétní řešení úlohy sestavit dvě okrajové podmínky pro každý okraj desky. Okrajové podmínky pro jednotlivé typy uložení mezikruhových desek jsou vypsány a zobrazeny v tab. 1.

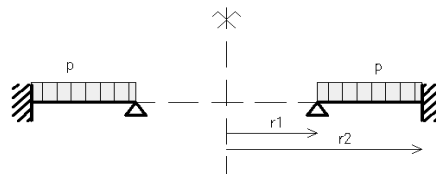
Číslo varianty a typ uložení	Okrajové podmínky	
	Vnitřní okraj	Vnější okraj
1 	$w=0$ $m_r=0$	$w=0$ $w'=0$
2 	$m_r=0$ $q_r=0$	$w=0$ $m_r=0$
3 	$w=0$ $w'=0$	$w=0$ $m_r=0$
4 	$w=0$ $m_r=0$	$m_r=0$ $q_r=0$
5 	$m_r=0$ $q_r=0$	$w=0$ $w'=0$
6 	$w=0$ $w'=0$	$m_r=0$ $q_r=0$
7 	$w=0$ $m_r=0$	$w=0$ $m_r=0$
8 	$w=0$ $w'=0$	$w=0$ $w'=0$

Tab. 1: Okrajové podmínky dle typu uložení mezikruhové desky

2.1.7 Odvození okrajových podmínek mezikruhových desek

VARIANTA 1

Okrajové podmínky



- r_1 – vnitřní okraj = prosté podepření 1) $w=0$ 2) $m_r=0$
- r_2 – vnější okraj = vetknutí 3) $w=0$ 4) $w'=0$

Desková rovnice pro mezikruhové desky a její následná úprava pro jednotlivé okrajové podmínky č. 1) a 2) pro vnitřní okraj, 3) a 4) pro vnější okraj:

$$w = \frac{pr^4}{64D} + C_1 + C_2 r^2 + C_3 \ln r + C_4 r^2 \ln r \quad (17)$$

První derivace funkce průhybu:

$$w' = \frac{pr^3}{16D} + 2C_2 r + \frac{C_3}{r} + C_4 r (2 \ln r + 1) \quad (18)$$

Druhá derivace funkce průhybu:

$$w'' = \frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 - \frac{C_3}{r^2} + C_4 (2 \ln r + 3) \quad (19)$$

Podle rovnice (3) pro měrný ohybový moment radiální platí:

$$m_r = -D \left[\frac{3pr_1^2}{16D} + 2C_2 - \frac{C_3}{r_1^2} + C_4 (2 \ln r_1 + 3) + \frac{\mu}{r_1} \left(\frac{pr_1^3}{16D} + 2r_1 C_2 + \frac{C_3}{r_1} + C_4 r_1 (2 \ln r_1 + 1) \right) \right] \quad (20)$$

$$\left(\begin{array}{l} 1) \quad C_1 + C_2 r_1^2 + C_3 \ln r_1 + C_4 r_1^2 \ln r_1 = -\frac{pr_1^4}{64D} \\ 2) \quad \left[(2 + 2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_1^2} + \frac{\mu}{r_1^2}\right)C_3 + [(2 \ln r_1 + 3) + \mu(2 \ln r_1 + 1)]C_4 \right] = -\frac{pr_1^2(3 + \mu)}{16D} \\ 3) \quad C_1 + C_2 r_2^2 + C_3 \ln r_2 + C_4 r_2^2 \ln r_2 = -\frac{pr_2^4}{64D} \\ 4) \quad 2C_2 r_2 + \frac{C_3}{r_2} + C_4 r_2 (2 \ln r_2 + 1) = -\frac{pr_2^3}{16D} \end{array} \right) \quad (21)$$

Očíslované rovnice ve vzorci (21) znázorňující okrajové podmínky vytváří společně soustavu čtyř rovnic o čtyřech neznámých. Po vyřešení čtyř lineárních rovnic o čtyřech neznámých (v MS Excel) jsou ve vytvořeném programu získány konstanty C_1 , C_2 , C_3 , C_4 a následně dosazeny **do rovnic (3), (4) pro průběhy měrných ohybových momentů** = radiálních a tangenciálních:

$$m_r = -D \left[\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 - \frac{C_3}{r^2} + C_4(2 \ln r + 3) + \frac{\mu}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 + \frac{C_3}{r} + C_4r(2 \ln r + 1) \right) \right] \quad (22)$$

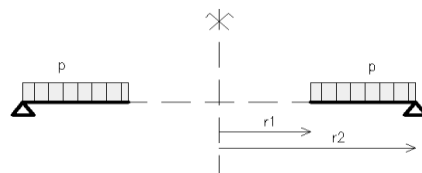
$$m_\phi = -D \left[\frac{1}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 + \frac{C_3}{r} + C_4r(2 \ln r + 1) \right) + \mu \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 - \frac{C_3}{r^2} + C_4(2 \ln r + 3) \right) \right] \quad (23)$$

Po dosazení integračních konstant **do rovnic (6), (7) pro průběhy napětí** = radiálních a tangenciálních jsou získány následující tvary napětí v obou směrech. Pro napětí k dolnímu okraji (–) a k hornímu okraji (+):

$$\sigma_r = \pm \frac{E}{1 - \mu^2} \left[z \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 - \frac{C_3}{r^2} + C_4(2 \ln r + 3) \right) + \mu \frac{z}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 + \frac{C_3}{r} + C_4r(2 \ln r + 1) \right) \right] \quad (24)$$

$$\sigma_\phi = \pm \frac{E}{1 - \mu^2} \left[\frac{z}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 + \frac{C_3}{r} + C_4r(2 \ln r + 1) \right) + z\mu \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 - \frac{C_3}{r^2} + C_4(2 \ln r + 3) \right) \right] \quad (25)$$

VARIANTA 2

Okrajové podmínky

- r_1 – vnitřní okraj = volný okraj 1) $m_r=0$ 2) $q_r=0$
- r_2 – vnější okraj = prosté podepření 3) $w=0$ 4) $m_r=0$

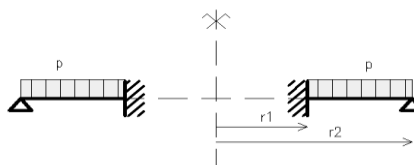
K odvození měrné posouvající síly q_r je využita rovnice (5). Pro její vyjádření je nutné získat ještě třetí derivaci funkce průhybu.

Třetí derivace funkce průhybu:

$$w''' = \frac{6pr}{16D} + 2\frac{C_3}{r^3} + \frac{2}{r}C_4 \quad (26)$$

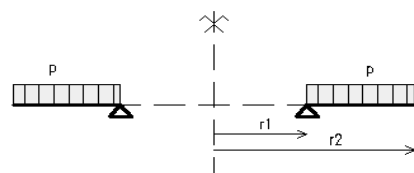
$$q_r = -D \left(\frac{6pr}{16D} + 2\frac{C_3}{r^3} + \frac{2}{r}C_4 + \frac{1}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2C_2r + \frac{C_3}{r} + C_4r(2\ln r + 1) \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{r^2} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2C_2r + \frac{C_3}{r} + C_4r(2\ln r + 1) \right) \right) \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad & \left[(2+2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_1^2} + \frac{\mu}{r_1^2}\right)C_3 + [(2\ln r_1 + 3) + \mu(2\ln r_1 + 1)]C_4 \right] = -\frac{pr_1^2(3+\mu)}{16D} \\ 2) \quad & \left(\frac{2}{r_1} + \frac{1}{r_1}(2\ln r_1 + 3) - \frac{1}{r_1}(2\ln r_1 + 1) \right) C_4 = -\frac{1}{2D}pr_1 \\ 3) \quad & C_1 + C_2r_2^2 + C_3 \ln r_2 + C_4r_2^2 \ln r_2 = -\frac{pr_2^4}{64D} \\ 4) \quad & \left[(2+2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_2^2} + \frac{\mu}{r_2^2}\right)C_3 + [(2\ln r_2 + 3) + \mu(2\ln r_2 + 1)]C_4 \right] = -\frac{pr_2^2(3+\mu)}{16D} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

VARIANTA 3**Okrajové podmínky**

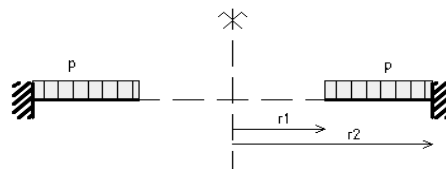
- r_1 – vnitřní okraj = vetknutí 1) $w=0$ 2) $w'=0$
- r_2 – vnější okraj = prosté podepření 3) $w=0$ 4) $m_r=0$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 1) \quad & C_1 + C_2 r_1^2 + C_3 \ln r_1 + C_4 r_1^2 \ln r_1 = -\frac{p r_1^4}{64D} \\
 2) \quad & 2C_2 r_1 + \frac{C_3}{r_1} + C_4 r_1 (2 \ln r_1 + 1) = -\frac{p r_1^3}{16D} \\
 3) \quad & C_1 + C_2 r_2^2 + C_3 \ln r_2 + C_4 r_2^2 \ln r_2 = -\frac{p r_2^4}{64D} \\
 4) \quad & \left[(2 + 2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_2^2} + \frac{\mu}{r_2^2}\right)C_3 + [(2 \ln r_2 + 3) + \mu(2 \ln r_2 + 1)]C_4 \right] = -\frac{p r_2^2 (3 + \mu)}{16D}
 \end{aligned} \right\} \quad (29)
 \end{aligned}$$

VARIANTA 4**Okrajové podmínky**

- r_1 – vnitřní okraj = prosté podepření 1) $w=0$ 2) $m_r=0$
- r_2 – vnější okraj = volný okraj 3) $m_r=0$ 4) $q_r=0$

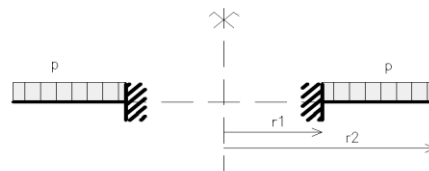
$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 1) \quad & C_1 + C_2 r_1^2 + C_3 \ln r_1 + C_4 r_1^2 \ln r_1 = -\frac{p r_1^4}{64D} \\
 2) \quad & \left[(2 + 2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_1^2} + \frac{\mu}{r_1^2}\right)C_3 + [(2 \ln r_1 + 3) + \mu(2 \ln r_1 + 1)]C_4 \right] = -\frac{p r_1^2 (3 + \mu)}{16D} \\
 3) \quad & \left[(2 + 2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_2^2} + \frac{\mu}{r_2^2}\right)C_3 + [(2 \ln r_2 + 3) + \mu(2 \ln r_2 + 1)]C_4 \right] = -\frac{p r_2^2 (3 + \mu)}{16D} \\
 4) \quad & \left(\frac{2}{r_2} + \frac{1}{r_2} (2 \ln r_2 + 3) - \frac{1}{r_2} (2 \ln r_2 + 1) \right) C_4 = -\frac{1}{2D} p r_2
 \end{aligned} \right\} \quad (30)
 \end{aligned}$$

VARIANTA 5**Okrajové podmínky**

- r_1 – vnitřní okraj = volný okraj
- r_2 – vnější okraj = vetknutí

$$\begin{array}{ll} 1) m_r=0 & 2) q_r=0 \\ 3) w=0 & 4) w'=0 \end{array}$$

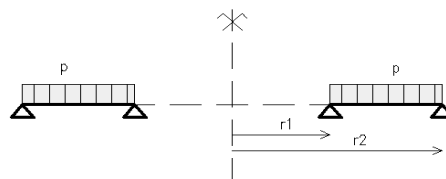
$$\left. \begin{array}{l} 1) \left[(2+2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_1^2} + \frac{\mu}{r_1^2}\right)C_3 + [(2\ln r_1 + 3) + \mu(2\ln r_1 + 1)]C_4 \right] = -\frac{pr_1^2(3+\mu)}{16D} \\ 2) \left(\frac{2}{r_1} + \frac{1}{r_1}(2\ln r_1 + 3) - \frac{1}{r_1}(2\ln r_1 + 1) \right) C_4 = -\frac{1}{2D} pr_1 \\ 3) C_1 + C_2 r_2^2 + C_3 \ln r_2 + C_4 r_2^2 \ln r_2 = -\frac{pr_2^4}{64D} \\ 4) 2C_2 r_2 + \frac{C_3}{r_2} + C_4 r_2 (2\ln r_2 + 1) = -\frac{pr_2^3}{16D} \end{array} \right\} (31)$$

VARIANTA 6**Okrajové podmínky**

- r_1 – vnitřní okraj = vetknutí
- r_2 – vnější okraj = volný okraj

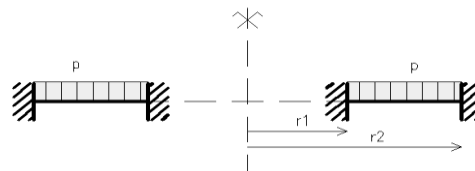
$$\begin{array}{ll} 1) w=0 & 2) m_r=0 \\ 3) m_r=0 & 4) q_r=0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1) C_1 + C_2 r_1^2 + C_3 \ln r_1 + C_4 r_1^2 \ln r_1 = -\frac{pr_1^4}{64D} \\ 2) 2C_2 r_1 + \frac{C_3}{r_1} + C_4 r_1 (2\ln r_1 + 1) = -\frac{pr_1^3}{16D} \\ 3) \left[(2+2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_2^2} + \frac{\mu}{r_2^2}\right)C_3 + [(2\ln r_2 + 3) + \mu(2\ln r_2 + 1)]C_4 \right] = -\frac{pr_2^2(3+\mu)}{16D} \\ 4) \left(\frac{2}{r_2} + \frac{1}{r_2}(2\ln r_2 + 3) - \frac{1}{r_2}(2\ln r_2 + 1) \right) C_4 = -\frac{1}{2D} pr_2 \end{array} \right\} (32)$$

VARIANTA 7**Okrajové podmínky**

- r_1 – vnitřní okraj = prosté podepření 1) $w=0$ 2) $m_r=0$
- r_2 – vnější okraj = prosté podepření 3) $w=0$ 4) $m_r=0$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 1) \quad & C_1 + C_2 r_1^2 + C_3 \ln r_1 + C_4 r_1^2 \ln r_1 = -\frac{p r_1^4}{64D} \\
 2) \quad & \left[(2+2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_1^2} + \frac{\mu}{r_1^2}\right)C_3 + [(2 \ln r_1 + 3) + \mu(2 \ln r_1 + 1)]C_4 \right] = -\frac{p r_1^2 (3+\mu)}{16D} \\
 3) \quad & C_1 + C_2 r_2^2 + C_3 \ln r_2 + C_4 r_2^2 \ln r_2 = -\frac{p r_2^4}{64D} \\
 4) \quad & \left[(2+2\mu)C_2 + \left(-\frac{1}{r_2^2} + \frac{\mu}{r_2^2}\right)C_3 + [(2 \ln r_2 + 3) + \mu(2 \ln r_2 + 1)]C_4 \right] = -\frac{p r_2^2 (3+\mu)}{16D}
 \end{aligned} \right\} \quad (33)
 \end{aligned}$$

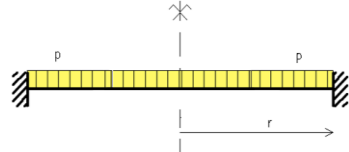
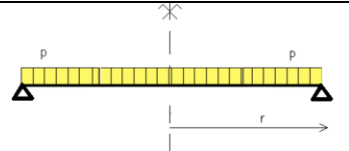
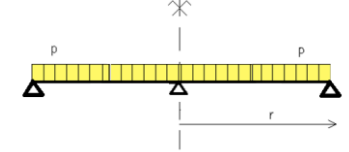
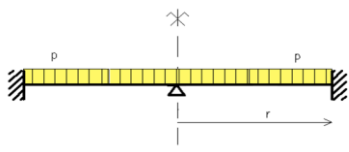
VARIANTA 8**Okrajové podmínky**

- r_1 – vnitřní okraj = vetknutí 1) $w=0$ 2) $w'=0$
- r_2 – vnější okraj = vetknutí 3) $w=0$ 4) $w'=0$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 1) \quad & C_1 + C_2 r_1^2 + C_3 \ln r_1 + C_4 r_1^2 \ln r_1 = -\frac{p r_1^4}{64D} \\
 2) \quad & 2C_2 r_1 + \frac{C_3}{r_1} + C_4 r_1 (2 \ln r_1 + 1) = -\frac{p r_1^3}{16D} \\
 3) \quad & C_1 + C_2 r_2^2 + C_3 \ln r_2 + C_4 r_2^2 \ln r_2 = -\frac{p r_2^4}{64D} \\
 4) \quad & 2C_2 r_2 + \frac{C_3}{r_2} + C_4 r_2 (2 \ln r_2 + 1) = -\frac{p r_2^3}{16D}
 \end{aligned} \right\} \quad (34)
 \end{aligned}$$

2.1.8 Okrajové podmínky různých typů uložení kruhových desek

Vzhledem k tomu, že výsledná rovnice kruhové desky obsahuje dvě integrační konstanty, je potřebné pro konkrétní řešení úlohy sestavit dvě okrajové podmínky. Okrajové podmínky pro jednotlivé typy uložení kruhových desek jsou vypsány a zobrazeny v tab. 2:

Číslo varianty a typ uložení	Okrajové podmínky
<div>9</div> 	$w=0$ $w'=0$
<div>10</div> 	$w=0$ $m_r=0$
<div>11</div> 	$w_1=0$ $w_2=0$ $m_{r1}=0$ $m_{r2}=0$
<div>12</div> 	$w_1=0$ $w_2=0$ $m_{r1}=0$ $w'_2=0$

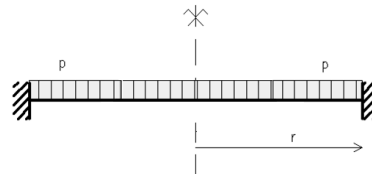
Tab. 2: Okrajové podmínky dle typu uložení kruhové desky

2.1.9 Odvození okrajových podmínek kruhových desek

2.1.9.1 Plné kruhové desky podepřené na okraji

VARIANTA 9

Okrajové podmínky



- r – vnější okraj = vetknutí

$$1) w=0 \quad 2) w'=0$$

Desková rovnice pro kruhové desky a její následná úprava pro jednotlivé okrajové podmínky č. 1) a 2) pro vnější okraj:

$$w = \frac{pr^4}{64D} + C_1 + C_2 r^2 \quad (35)$$

První derivace funkce průhybu:

$$w' = \frac{pr^3}{16D} + 2C_2 r \quad (36)$$

Druhá derivace funkce průhybu:

$$w'' = \frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 \quad (37)$$

$$\left(\begin{array}{l} 1) \\ 2) \end{array} \quad \begin{array}{l} C_1 + C_2 r^2 = -\frac{pr^4}{64D} \\ 2C_2 r = -\frac{pr^3}{16D} \end{array} \right) \quad (38)$$

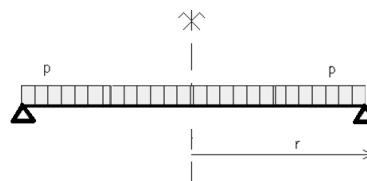
Po vyřešení soustavy dvou číslovaných lineárních rovnic o dvou neznámých ve vzorci (38) jsou ve vytvořeném programu získány konstanty C_1 , C_2 a následně dosazeny do rovnic (3), (4) pro průběhy měrných ohybových momentů a do rovnic (6), (7) pro průběhy napětí, radiální i tangenciální:

$$m_r = -D \left[\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 + \frac{\mu}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 \right) \right] \quad (39)$$

$$m_\phi = -D \left[\frac{1}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 \right) + \mu \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 \right) \right] \quad (40)$$

$$\sigma_r = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left[z \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 \right) + \frac{z\mu}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 \right) \right] \quad (41)$$

$$\sigma_\phi = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{z}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_2 \right) + z\mu \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_2 \right) \right] \quad (42)$$

VARIANTA 10**Okrajové podmínky**

- r – vnější okraj = prosté podepření

1) $w=0$

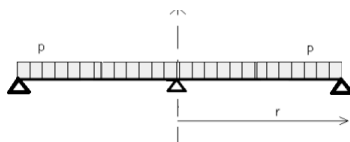
2) $m_r=0$

$$\left(\begin{array}{l} 1) \quad C_1 + C_2 r^2 = -\frac{pr^4}{64D} \\ 2) \quad [(2 + 2\mu)C_2] = -\frac{pr^2(3 + \mu)}{16D} \end{array} \right) \quad (43)$$

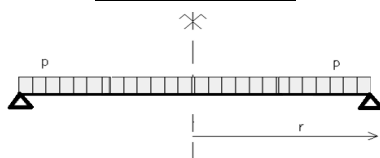
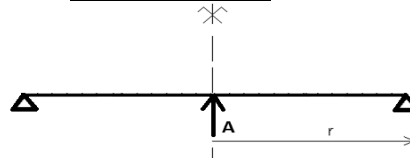
Výsledné řešení průhybu, vnitřních sil a napětí je získáno algebraickým součtem jednotlivých zatěžovacích stavů a popsáno rovnicemi (39) až (42).

2.1.9.2 Plné kruhové desky podepřené uprostřed sloupem a po svém okraji

Dalšími možnostmi, jak uložit plnou kruhovou desku, je podepřít ji po vnějším okraji a sloupem v jejím středu rotace. Desková rovnice kruhové desky obsahuje i člen s integrační konstantou C_4 . Statická analýza těchto typů byla provedena rozdělením zatížení do dvou zatěžovacích stavů. V prvním zatěžovacím stavu působí pouze spojitě rovnoměrné zatížení a chybí zde podepření sloupem. Ve druhém zatěžovacím stavu je konstrukce zatížena pouze osamělým břemenem, tedy zatím neznámou reakcí v umístění sloupu. Reakce $P = -A$ se určí na základě platnosti podmínky, že součet průhybů z obou zatěžovacích stavů musí mít uprostřed desky nulovou hodnotu (nepoddajná podpora). [1]
Deformační podmínka: $w_1(0) + w_2(0) = 0$.

VARIANTA 11

Původní schéma desky je rozděleno na dva zatěžovací stavy:

1. Zatěžovací stav2. Zatěžovací stav

1. Zatěžovací stav

Desková rovnice pro kruhové desky:

$$w_1 = \frac{pr^4}{64D} + C_{11} + C_{21}r^2 \quad (44)$$

První derivace funkce průhybu:

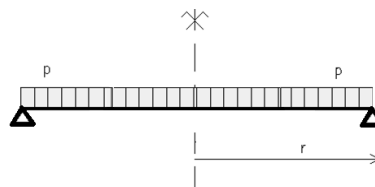
$$w_1' = \frac{pr^3}{16D} + 2C_{21}r \quad (45)$$

Druhá derivace funkce průhybu:

$$w_1'' = \frac{3pr^2}{16D} + 2C_{21} \quad (46)$$

Třetí derivace funkce průhybu:

$$w_1''' = \frac{3pr}{8D} \quad (47)$$

Okrajové podmínky pro 1.ZS

- **r** - vnější okraj = prosté podepření

$$1) w_I = 0$$

$$2) m_{rI} = 0$$

$$\left(\begin{array}{l} 1) \quad C_{11} + C_{21}r^2 = -\frac{pr^4}{64D} \\ 2) \quad [(2 + 2\mu)C_{21}] = -\frac{pr^2(3 + \mu)}{16D} \end{array} \right) \quad (48)$$

Postupným řešením soustavy dvou rovnic o dvou neznámých byly získány výrazy pro výpočet hodnot integračních konstant C_{11} , C_{21} .

2. Zatěžovací stav

Ve druhém zatěžovacím stavu je jako základ využita desková rovnice pro kruhové desky se sloupem (15), kterou je pro další použití nutné zderivovat:

První derivace funkce průhybu:

$$w_2' = 2C_{22}r + C_{42}r(2 \ln r + 1) \quad (49)$$

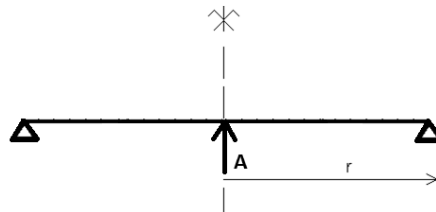
Druhá derivace funkce průhybu:

$$w_2'' = 2C_{22} + C_{42}(2 \ln r + 3) \quad (50)$$

Třetí derivace funkce průhybu:

$$w_2''' = \frac{2C_{42}}{r} \quad (51)$$

Okrajové podmínky pro 2.ZS



- **r** - vnější okraj = prosté podepření 1) $w_2=0$ 2) $m_{r2}=0$

Byla odvozena integrační konstanta C_{42} a její tvar lze zapsat ve tvaru:

$$C_{42} = \frac{A}{8\pi D} \quad (52)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{1)} \quad C_{12} + C_{22}r^2 + C_{42}r^2 \ln r = 0 \\ \text{2)} \quad [(2 + 2\mu)C_{22}] + C_{42}(2 \ln r(1 + \mu) + (3 + \mu)) = 0 \\ \text{3)} \quad C_{42} = \frac{1}{8\pi D} \end{array} \right) \quad (53)$$

Postupným řešením soustavy tří rovnic o třech neznámých byly získány výrazy pro výpočet hodnot integračních konstant C_{12} , C_{22} , C_{42} .

Vyjádření reakce A pomocí deformační podmínky pro střed desky kde $r = 0$:

$$w_1(0) + w_2(0) = 0 \quad (54)$$

$$C_{11} + C_{21}r^2 + \frac{pr^4}{64D} + C_{12} + C_{22}r^2 + C_{42}r^2 \ln r = 0 \quad (55)$$

$$C_{11} + C_{12} = 0 \quad (56)$$

Řešením soustavy rovnic pro mezní stavy byly postupně vyjádřeny výrazy C_{11} a C_{21} :

$$C_{11} = \frac{p \cdot r^4 (5 + \mu)}{64D(1 + \mu)} \quad (57)$$

$$C_{12} = \frac{A \cdot r^2 (3 + \mu)}{16\pi D(1 + \mu)} \quad (58)$$

Po dosazení do (56) lze získat A :

$$\frac{p \cdot r^4 (5 + \mu)}{64D(1 + \mu)} + \frac{A \cdot r^2 (3 + \mu)}{16\pi D(1 + \mu)} = 0 \quad (59)$$

$$A = -\frac{\pi p r^2 (5 + \mu)}{4(3 + \mu)} \quad (60)$$

Po vyřešení rovnic obou zatěžovacích stavů dle jejich okrajových podmínek jsou ve vytvořeném programu získány konstanty C_{11} , C_{21} (pro 1.zatěžovací stav), C_{12} , C_{22} , a C_{42} (pro 2.zatěžovací stav). Lze tak zjistit hodnotu A – reakce ve sloupu (60). Výsledné řešení potom tvoří algebraický součet jednotlivých zatěžovacích stavů, z čehož jsou vyjádřeny rovnice průhybu desky, rovnice měrných ohybových momentů (radiálních a tangenciálních), rovnice posouvající síly i napětí:

$$w = w_1 + w_2 \quad w = C_{11} + C_{21}r^2 + \frac{pr^4}{64D} + C_{12} + C_{22}r^2 + C_{42}r^2 \ln r \quad (61)$$

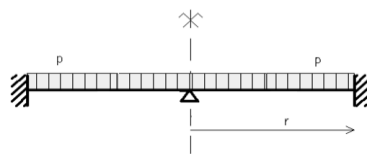
$$m_r = m_{r1} + m_{r2} \quad m_r = -D \left[\frac{3pr^2}{16D} + 2C_{21} + 2C_{22} + C_{42}(2 \ln r + 3) + \frac{\mu}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_{21} + 2C_{22}r + C_{42}r(2 \ln r + 1) \right) \right] \quad (62)$$

$$m_\varphi = m_{\varphi1} + m_{\varphi2} \quad m_\varphi = -D \left[\frac{1}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_{21} + 2C_{22}r + C_{42}r(2 \ln r + 1) \right) + \mu \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_{21} + 2C_{22} + C_{42}(2 \ln r + 3) \right) \right] \quad (63)$$

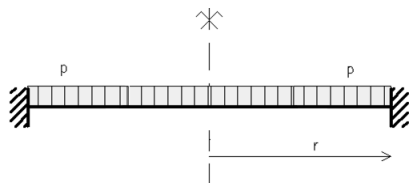
$$q_r = q_{r1} + q_{r2} \quad q_r = -D \left[\left(\frac{2C_{42}}{r} + \frac{3pr}{8D} \right) \frac{1}{r} \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_{21} + 2C_{22} + C_{42}(2 \ln r + 3) \right) - \frac{1}{r^2} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_{21} + 2C_{22}r + C_{42}r(2 \ln r + 1) \right) \right] \quad (64)$$

$$\sigma_r = \sigma_{r1} + \sigma_{r2} \quad \sigma_r = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left[z \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_{21} + 2C_{22} + C_{42}(2 \ln r + 3) \right) + \mu \frac{z}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_{21} + 2C_{22}r + C_{42}r(2 \ln r + 1) \right) \right] \quad (65)$$

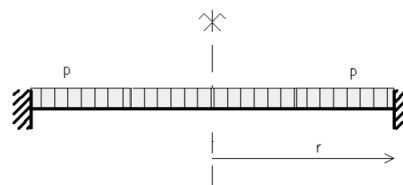
$$\sigma_\varphi = \sigma_{\varphi1} + \sigma_{\varphi2} \quad \sigma_\varphi = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{z}{r} \left(\frac{pr^3}{16D} + 2rC_{21} + 2C_{22}r + C_{42}r(2 \ln r + 1) \right) + z\mu \left(\frac{3pr^2}{16D} + 2C_{21} + 2C_{22} + C_{42}(2 \ln r + 3) \right) \right] \quad (66)$$

VARIANTA 12

Původní zatížení na desku je rozděleno na dva zatěžovací stavy:

1. Zatěžovací stav**2. Zatěžovací stav****1. Zatěžovací stav**

Pro první zatěžovací stav varianty 12 lze použít deskovou rovnici (44) a její derivace (45), (46), (47).

Okrajové podmínky pro 1.ZS

- **r – vnější okraj = vetknutí**

$$1) w_I = 0$$

$$2) w'_I = 0$$

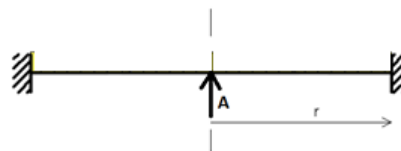
$$\left(\begin{array}{l} 1) \quad C_{11} + C_{21}r^2 = -\frac{pr^4}{64D} \\ 2) \quad 2C_{21}r = -\frac{pr^3}{16D} \end{array} \right) \quad (67)$$

Postupným řešením soustavy dvou rovnic o dvou neznámých byly získány výrazy pro výpočet hodnot integračních konstant C_{11} , C_{21} .

2. Zatěžovací stav

Pro druhý zatěžovací stav varianty 12 lze použít deskovou rovnici (15) a její derivace (49), (50), (51).

Okrajové podmínky pro 2.ZS



- r – vnější okraj = vetknutí

$$1) w_2=0$$

$$2) w'_2=0$$

$$\left(\begin{array}{l} 1) \quad C_{12} + C_{22}r^2 + C_{42}r^2 \ln r = 0 \\ 2) \quad 2C_{22}r + C_{42}r(2 \ln r + 1) = 0 \\ 3) \quad C_{42} = \frac{1}{8\pi D} \end{array} \right. \quad (68)$$

Postupným řešením soustavy tří rovnic o třech neznámých byly získány výrazy pro výpočet hodnot integračních konstant C_{12} , C_{22} , C_{42} .

Obdobným způsobem jako u varianty 11 (desky prostě podepřené po okrajích a sloupem ve středu) jsou po vyřešení rovnic obou zatěžovacích stavů dle jejich okrajových podmínek získány konstanty C_{11} , C_{21} (pro 1.ZS), C_{12} , C_{22} a C_{42} (pro 2.ZS). Další postup vyjádření reakce A pomocí deformační podmínky je shodný s postupem popsaným rovnicemi (54) až (60) ve variantě 11. Výsledné řešení průhybu, vnitřních sil a napětí je získáno algebraickým součtem jednotlivých zatěžovacích stavů a popsáno rovnicemi (61) až (66).

3 NAVRHOVÁNÍ ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ

3.1 Beton

Beton má velkou pevnost v tlaku, ve srovnání s ní má však malou pevnost v tahu (cca 1/20 až 1/10 pevnosti v tlaku). Beton je křehký materiál neschopný větších deformací, aniž by se porušil. Nevýhoda malé pevnosti betonu v tahu se odstraňuje vyztužením tažených oblastí konstrukce ocelovými výztužnými prvky. Kombinací betonu a betonářské oceli vzniká **železobeton**, a právě z železobetonu jsou v této práci navrhovány mezikruhové a kruhové desky.

Betony jsou klasifikovány obvykle podle pevnosti v tlaku, resp. pevnostní třídou, která je značena písmenem *C* (concrete) s udáním charakteristických 5% hodnot 28denních pevností betonu v tlaku („válcové/krychelné“). [4] Charakteristické pevnosti betonu f_{ck} , modul pružnosti E_{cm} a další mechanické vlastnosti nutné pro navrhování jsou uvedeny v tab. 3 vycházející z ČSN EN 1992 – 1 – 1, Eurokód 2 [7]. Tabulka s hodnotami pro různé pevnostní třídy betonu je použita ve výsledném programu vytvořeném v MS Excel tak, aby byly správné hodnoty jednotlivých veličin vybrány již poté, co uživatel zvolí třídu betonu.

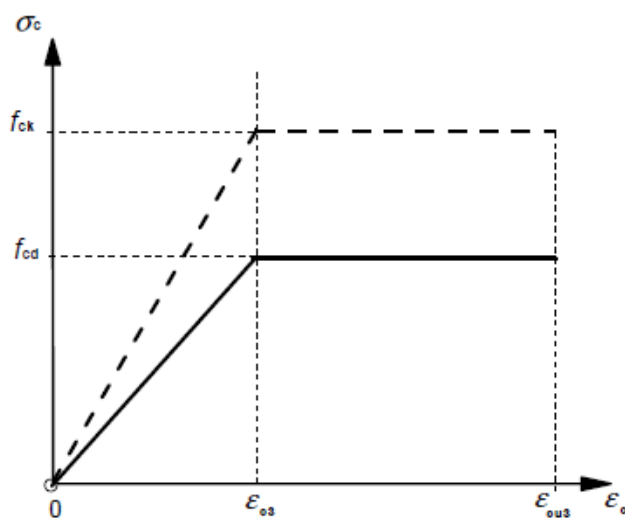
Pevnostní třída	PEVNOST V TLAKU	PEVNOST V TAHU	$f_{ctk0,005}$ [MPa]	E_{cm} [GPa]
	Pevnost f_{ck} [MPa]	f_{ctm} [MPa]		
C 12/15	12	1,6	1,1	27
C 16/20	16	1,9	1,3	29
C 20/25	20	2,2	1,5	30
C 25/30	25	2,6	1,8	31
C 30/37	30	2,9	2,0	33
C 35/45	35	3,2	2,2	34
C 40/50	40	3,5	2,5	35
C 45/55	45	3,8	2,7	36
C 50/60	50	4,1	2,9	37
C 55/67	55	4,2	3,0	38
C 60/70	60	4,4	3,1	39
C 70/85	70	4,6	3,2	41
C 80/95	80	4,8	3,4	42
C 90/105	90	5,0	3,5	44

Tab. 3: Mechanické vlastnosti pevnostních tříd betonu

Hodnota Poissonova součinitele je uvažována $\mu = 0,2$ pro beton neporušený trhlinami. Pro beton s trhlinami je brána hodnota Poissonova součinitele $\mu = 0$. Program vždy pro navržené řešení vyhodnotí, zda trhliny vzniknou či nevzniknou a uživatele informuje. Vznik trhlin je ověřován pro horní i dolní okraj desky.

Pracovní diagram betonu:

Chování betonu při zatěžování se vyjadřuje pomocí pracovního diagramu. Pro tvorbu programu byl použit bilineární pracovní diagram betonu znázorněn na obr. 6.



Obr. 6: Bilineární pracovní diagram betonu [7]

Součinitel λ , definující účinnou výšku tlačené oblasti a součinitel η , definující účinnou pevnost, jsou dány následujícími vztahy, které jsou v programu respektovány a počítány pro různé třídy betonu.

$$\lambda = 0,8 \text{ pro } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (69)$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400 \text{ pro } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \quad (70)$$

$$\eta = 1,0 \text{ pro } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (71)$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200 \text{ pro } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \quad (72)$$

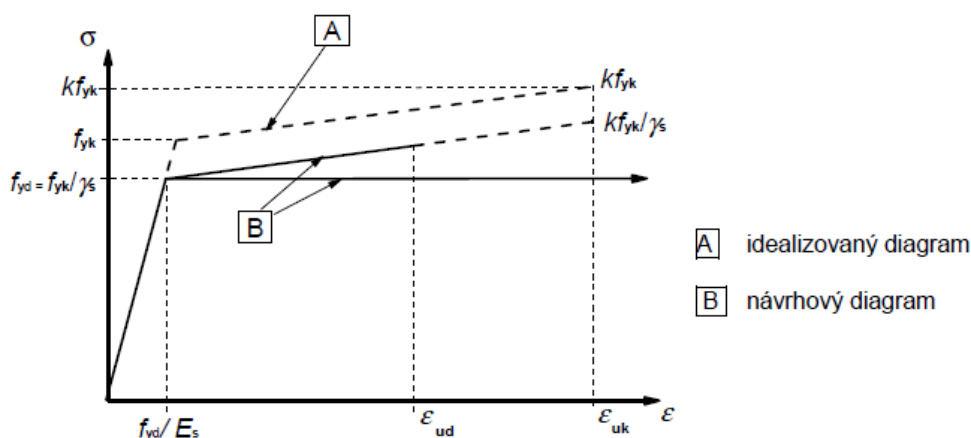
3.2 Výztuž

V železobetonových konstrukcích se k vyztužování používá betonářská ocel. Ve výsledném programu má uživatel na výběr žebírkovou výztuž v podobě ocelových prutů. Povrch žebírkové výztuže musí být takový, aby byla zajištěna odpovídající soudržnost s betonem. Z tab. 4 je pro vybraný druh oceli přiřazena mez kluzu. Uživatel vybírá z připravené nabídky i profil výztuže a program dopočítá součinitel η_2 na základě pravidla: $\eta_2 = 1,0$ pro $\Phi \leq 32\text{mm}$; $\eta_2 = (132 - \Phi)/100$ pro $\Phi > 32\text{mm}$.

Druh oceli, označení	f_{yk} [MPa]
EC	
B 400A	400
B 500A	500
B 600A	600
B 400B	400
B 500B	500
B 600B	600
B 400C	400
B 500C	500
B 600C	600
ČSN	
10 425 V	410
10 505.0 R	500
11 505.9 R	500

Tab. 4: Charakteristické meze kluzu použitých druhů oceli

Pevnost oceli v tlaku i tahu je stejná a u betonářských ocelí se pohybuje v rozmezí 320 až 700 MPa. Stejně jako u betonu, tak i u oceli lze popsat chování materiálu při zatěžování jeho pracovním diagramem – tedy závislostí mezi napětím a přetvořením.



Obr. 7: Pracovní diagram oceli [7]

Hodnota modulu pružnosti oceli E_s se předpokládá 200 GPa.

3.3 Proces navrhování

Navrhování každé stavební konstrukce obnáší zdlouhavý proces skládající se z několika fází. Většinu z nich vytvořený program obsahuje a automaticky vyřeší. Poté, co si uživatel zvolí typ, rozměry konstrukce a materiál, je provedena analýza konstrukce, při které je nosná konstrukce nahrazena idealizovaným návrhovým modelem. Tento model se zatíží vypočítaným působícím zatížením a následně se vykreslují v radiálním a tangenciálním směru vnitřní síly a vzniklé deformace. Další fází je návrh, během kterého je uživatel instruován a informován o případných nežádoucích průběžných výsledcích. Na závěr je posouzena odezva konstrukce na účinky zatížení, vliv trhlin a deformací betonové konstrukce.

Ve vytvořeném programu jsou mezikruhové a kruhové železobetonové desky navrhovány v souladu se základními pravidly uvedenými v následujících normách:

- ČSN EN 1990, Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí [6]
- ČSN EN 1992 – 1 – 1, Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí
– Část 1–1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby [7]

Celá práce je vytvořena na základě metodiky mezních stavů. Analýza konstrukce se provádí k získání přetvoření a vnitřních sil, na jejichž základě se konstrukce navrhuje. V celé práci se jedná o deskové konstrukce, takže výsledkem jsou měrné posouvající síly a měrné ohybové momenty (ve směru radiálním a tangenciálním). Analýza mezikruhových a kruhových desek je provedena pro různé typy konstrukce na základě deskové rovnice a její úpravy, zejména v závislosti na okrajových podmínkách. Upravené tvary rovnice jsou použity v programu tak, aby bylo zajištěno jeho správné fungování a získávání správných výsledků pro jakýkoli uživatelem zvolený typ konstrukce. Uživatel tak není nucen sám modelovat konstrukci v jiném softwaru, aby získal potřebné průběhy deformací a vnitřních sil. Ty se v programu vykreslí po zvolení typu konstrukce a její základní specifikace.

3.4 Zatížení

Vzhledem k tomu, že v práci je konstrukce posuzována s přihlédnutím na MS únosnosti i MS použitelnost, je nutné brát v úvahu jak návrhovou hodnotu zatížení pro MSÚ, tak i kombinace zatížení pro MSP – charakteristickou, častou a kvazistálou.

Pro **mezní stav únosnosti** je návrhové zatížení v programu stanoveno dle platné normy ČSN EN 1990, Eurokód [6] vztahem:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (73)$$

Součinitelé γ je pro zatížení stálá 1,35 a pro zatížení nahodilá 1,5.

Pro **mezní stav použitelnosti** je zatížení v programu stanoveno dle platné normy ČSN EN 1990, Eurokód [6]:

- **charakteristická** - používaná pro nevratné mezní stavy použitelnosti a v programu stanovená dle vztahu:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (74)$$

- **častá** - používaná pro vratné mezní stavy použitelnosti a v programu stanovená dle vztahu:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (75)$$

- **kvazistálá** - používaná pro mezní stavy použitelnosti týkající se důsledků dlouhodobých účinků a vzhledu konstrukce. V programu stanovená dle vztahu:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (76)$$

Součinitelé ψ_i jsou stanoveny z tab. 5 s hodnotami odpovídajícími normě ČSN EN 1990, Eurokód [6] na základě kategorie vybrané uživatelem.

Zatížení	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Kategorie A: obytné plochy	0,7	0,5	0,3
Kategorie B: kancelářské plochy	0,7	0,5	0,3
Kategorie C: shromažďovací plochy	0,7	0,7	0,6
Kategorie D: obchodní plochy	0,7	0,7	0,6
Kategorie E: skladovací plochy	1	0,9	0,8
Kategorie F: dopravní plochy $\leq 30\text{kN}$	0,7	0,7	0,6
Kategorie G: dopravní plochy 30-160kN	0,7	0,5	0,3
Kategorie H: střechy	0	0	0
Zatížení sněhem $>1000\text{m n.m}$	0,7	0,5	0,2
Zatížení sněhem $\leq 1000\text{m n.m}$	0,5	0,2	0
Zatížení větrem	0,6	0,2	0

Tab. 5: Součinitelé ψ_i v závislosti na kategorii plochy

3.5 Mezní stav únosnosti (MSÚ)

Mezní stav únosnosti souvisí zejména s bezpečností osob a bezpečností konstrukce samotné. Výpočetní postup v programu z hlediska MS únosnosti je vytvořen na základě následujících předpokladů:

- zachování rovinnosti průřezu před a po přetvoření
- betonářská výztuž a beton spolupůsobí
- beton v tahu nepůsobí – zanedbává se tedy působení betonu v tahu
- v době porušení je dosaženo mezního poměrného přetvoření alespoň v jednom z materiálů

Konstrukci, která se v programu posuzuje, je nutné nejdříve navrhnout. Návrh konstrukce spočívá ve zvolení rozměrů konstrukce, zejména jejího rozpětí a tloušťky. Vzhledem k tomu, že se jedná o deskovou konstrukci, je brán rozměr $b = 1\text{m}$ – běžný metr. Dále je nutné vybrat třídu betonu a oceli. Zvolením třídy betonu a oceli je dána charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku f_{ck} a charakteristická hodnota meze kluzu oceli f_{yk} . Návrhové hodnoty f_{cd} a f_{yd} lze získat jako podíl charakteristických hodnot a dílčích součinitelů spolehlivosti materiálu γ . Pro beton platí $\gamma_c = 1,5$ a pro ocel $\gamma_s = 1,15$.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (77)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (78)$$

V závislosti na stupni vlivu prostředí a třídě konstrukce se stanoví z tab. 6 hodnota krytí výztuže c_{min} , přičemž je v programu popsáno, jak jej správně zvolit. Následně se spočítá hodnota c_{nom} , se kterou program dále pracuje.

Třída konstrukce	STUPEŇ Vlivu PROSTŘEDÍ						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS2	XD3/XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

Tab. 6: Hodnoty c_{min} v závislosti na stupni vlivu prostředí a třídě konstrukce

Dále uživatel navrhne profil výztuže Φ a ze známé tloušťky desky h , lze stanovit účinnou výšku průřezu d :

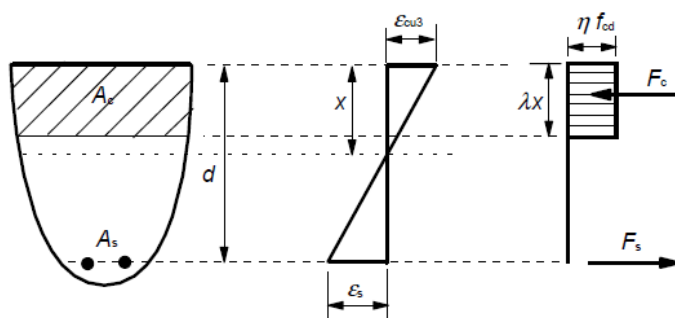
$$d = h - c - \frac{\Phi}{2} \quad (79)$$

Vzhledem k tomu, že se jedná o desky vyztužené ve dvou směrech, je nutné zohlednit již dříve navrženou výztuž tak, aby nedošlo ke kolizi prutů. Dříve navrženou výztuž program sám zohledňuje.

Podle metody mezní rovnováhy (obr. 8) platí, že tahová síla ve výztuži F_s se rovná tlakové síle v betonu F_c :

$$F_s = F_c \quad (80)$$

POZN.: Pro mezní stav únosnosti je v programu uvažováno pouze s tlačnou částí betonu a taženou betonářskou výztuží.



Obr. 8: Princip metody mezní rovnováhy [7]

Plochu výztuže potřebnou k přenesení síly ve výztuži (na 1bm šířky desky) se vypočítá dle:

$$a_{s, req} = \frac{m_{ed}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (81)$$

Plocha jednoho prutu navržené výztuže:

$$a_{st1} = \frac{\pi \cdot \Phi^2}{4} \quad (82)$$

Po získání předchozích dvou hodnot lze dopočítat potřebný počet prutů na 1 bm šířky desky:

$$n_{min} = \frac{a_{s, req}}{a_{st1}} \quad (83)$$

Osová vzdálenost výztužných prutů musí být menší než výsledný podíl šířky desky a vložek v ní umístěných:

$$s \leq \frac{b}{n} \quad (84)$$

V případě potřeby může uživatel osovou vzdálenost výztužných vložek ještě zmenšit.

Zbývá výpočítat skutečnou plochu navržené výztuže na 1bm šířky desky:

$$a_s = \frac{\pi \cdot \Phi^2}{s \cdot 4} \quad (85)$$

Lze dopočítat sílu, kterou je schopna navržená výztuž přenést:

$$F_s = a_s \cdot f_{yd} \quad (86)$$

Výpočet výšky tlačené oblasti:

$$x = \frac{a_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad (87)$$

Posouzení ohybové výztuže:

$$m_{Rd} = a_s \cdot f_{yd} (d - 0,4x) \quad (88)$$

Aby navržené řešení vyhovělo podmínce mezního stavu únosnosti, musí být splněno:

$$m_{Ed} \leq m_{Rd} \quad (89)$$

Vytvořený program na základě výše uvedeného postupu vyhodnotí, zda navržené řešení splňuje podmínku mezního stavu únosnosti a informuje uživatele. Pokud navržené řešení podmínce nevyhovuje, je uživateli poskytnuta rada s dalším možným postupem a vhodnými změnami.

Návrh je dále ověřen z hlediska **konstrukčních zásad**:

Minimální stupeň vyztužení:

$$a_{s,min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ym}} \cdot b_t \cdot d \\ 0,0013 \cdot b_t \cdot d \end{array} \right\} \quad (90)$$

Maximální stupeň vyztužení:

$$a_{s,max} = \min 0,04 \cdot A_c \quad (91)$$

Omezení výšky tlačené oblasti:

$$\xi = \frac{x}{d} \quad (92)$$

$$\xi_{bal} = \frac{700}{700 + f_{yd}} \quad (93)$$

Maximální vzdálenost hlavní výztuže – osová:

$$s_{\max} = \min \{2h; 250\} \quad (94)$$

Minimální vzdálenost hlavní výztuže:

$$s_{\min} = \max \{k_1 \cdot \Phi; d_g + k_2; 20\text{mm}\} \quad (95)$$

Výpočet a návrh kotevní délky:

$$l_{b,rqd} = \frac{\Phi}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \quad (96)$$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} \quad (97)$$

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk'0,05}}{\gamma_c} \quad (98)$$

Součinitel η_2 , který je závislý na profilu výztuže, je vypočítán na základě pravidla: $\eta_2 = 1,0$ pro $\Phi \leq 32\text{mm}$; $\eta_2 = (132 - \Phi)/100$ pro $\Phi > 32\text{mm}$.

Pro součinitel η_1 je podle podmínek soudržnosti zadaných uživatelem vybrána hodnota z tab. 7.

Podmínky soudržnosti	η_1
dobré podmínky soudržnosti	1
špatné podmínky soudržnosti	0,7

Tab. 7: Součinitel η_1 podle podmínek soudržnosti

Posudek kotevní délky:

$$l_{b,\min} = \max \{0,3 \cdot l_{b,rqd}; 10 \cdot \Phi; 100\text{mm}\} \quad (99)$$

$$l_{bd} \geq l_{b,\min} \quad (100)$$

3.6 Mezní stav použitelnosti (MSP)

Mezní stav použitelnosti souvisí se vzhledem stavby a s funkcí nosných prvků nebo celé konstrukce za běžného provozu. V programu je řešen 2. mezní stav na základě:

- omezení napětí
- omezení trhlin
- omezení průhybů

Především je nutné zjistit, zda v průřezu vzniknou či nevzniknou trhliny. To se posuzuje v programu zvlášť ve směru radiálním i tangenciálním a následně pro horní i dolní okraj desky. V části zabývající se mezním stavem použitelnosti se uvažuje s působením tažené i tlačené výztuže. Proto výpočet pro mezní stav použitelnosti začíná stanovením účinných výšek průřezu pro taženou výztuž (d) a tlačnou výztuž (d_2).

Základní charakteristiky ideálního průřezu:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (101)$$

IDEÁLNÍ PRŮŘEZ BEZ TRHLIN

Plocha ideálního průřezu:

$$A_i^I = A_c^I + \alpha_e A_{s1} + \alpha_e A_{s2} \quad (102)$$

Vzdálenost těžiště ideálního průřezu od horního okraje:

$$a_{gi} = \frac{A_c a_c + \alpha_e (A_{s1} \cdot d + A_{s2} d_2)}{A_i^I} \quad (103)$$

Měrný deskový moment setrvačnosti* ideálního betonového průřezu:

$$I_c^{DI} = \frac{1}{12(1 - \mu^2)} b \cdot h^3 \quad (104)$$

Měrný deskový moment setrvačnosti* ideálního průřezu (včetně výztuže) k jeho těžišti:

$$I_i^{DI} = I_c^{DI} + A_c^I (a_{gi} - a_c)^2 + \alpha_e A_{s1} (a_{gi} - d)^2 + \alpha_e A_{s2} (a_{gi} - d_2)^2 \quad (105)$$

POZN.: Odvození měrného deskového momentu setrvačnosti (kap. 6.2)

Na základě předchozích výpočtů se spočítá desková tuhost pro betonový průřez i s výztužemi, která je použita ve vedlejším výpočtu. Pro získání potřebného průběhu napětí v místě průřezu ($h-a_{gi}$) - pro dolní vlákna a v místě a_{gi} - pro horní vlákna, totiž musí být proveden znovu celý výpočet zahrnující vyčíslení integračních konstant C_1 až C_4 , vykreslení funkce průhybu až po průběhy napětí. Z výsledného průběhu napětí je vyhledána extrémní hodnota reprezentující napětí v tažené části betonu v dolních, resp. horních vláknech betonu a na základě podmínky (106) je ověřeno, zda v průřezu vzniknou či nevzniknou trhliny.

$$\sigma_{c1} \leq f_{ctm} \quad (106)$$

Pro případ, že trhliny **nevzniknou** je další postup:

- omezení napětí (pro dolní i horní vlákna, v radiálním i tangenciálním směru)
- omezení průhybů (pouze pro dolní vlákna v radiálním směru)

IDEÁLNÍ PRŮŘEZ S TRHLINAMI

Pro případ, že trhliny **vzniknou** je další postup:

- výpočet části průřezu x , neporušené trhlínami:

$$0,5 \cdot b \cdot x^2 + \alpha_e (A_{s2} + A_{s1}) x - \alpha_e (A_{s1} \cdot d + A_{s2} \cdot d_2) = 0 \quad (107)$$

Vyřešením kvadratické rovnice a pomocí diskriminantu se vypočítá část průřezu neporušeného trhlínami x , což zapříčiní nový výpočet plochy betonu A_c , polohy těžiště a_{gi} , měrného deskového momentu setrvačnosti I^D , deskové tuhosti D a s ní spojené vyčíslení integračních konstant C_1 až C_4 , průběhů od průhybu až k napětí. To vše dělá program ve vedlejším výpočtu.

- omezení napětí (pro dolní i horní vlákna, v radiálním i tangenciálním směru)
- omezení šířky trhlín (pro dolní i horní vlákna, v radiálním i tangenciálním směru)
- omezení průhybů (pouze pro dolní vlákna v radiálním směru)

3.6.1 Omezení napětí – bez přímého výpočtu

V případě omezení napětí, se jedná o **tlakové napětí v betonu a tahové napětí v betonářské výztuži**. Je nutné, aby bylo omezeno tlakové napětí v betonu tak, aby bylo zabráněno vzniku podélných trhlin, mikrotrhlin a velkému dotvarování.

V případě, že napětí vypočtené při charakteristické kombinaci zatížení překročí kritickou hodnotu napětí, mohou se v konstrukci objevit podélné trhliny, které by mohly vést ke snížení trvanlivosti konstrukce. Pokud je zvolená konstrukce navržena v prostředí XD, XF a XS, je v programu doporučeno omezit tlakové napětí. Z výsledného průběhu napětí vykresleného pro potřebu omezení napětí v betonu, je vyhledána extrémní hodnota reprezentující napětí v tlačené části betonu v dolních, resp. horních vláknech betonu. Charakteristická hodnota napětí má vyhovět podmínce (108):

$$\sigma_{c,ek} \leq k_1 f_{ck} \quad (108)$$

kde $k_1 = 0,6$ dle národní přílohy

Omezením tahového napětí v betonářské výztuži je zabráněno vzniku nepříjemných deformací a trhlin. Maximální napětí výztuže, které může v konstrukci vzniknout, se vypočítá dle:

$$\sigma_{s1,ek} \leq k_3 f_{yk} \quad (109)$$

$$\text{kde: } \sigma_{s1,ek} = \alpha_e \sigma_s \quad (110)$$

přičemž je posuzována extrémní hodnota napětí v tahu v dolní, resp. horní betonářské výztuži v místě průřezu, kde se tato výztuž nachází, tedy $(d-a_{gi})$.

3.6.2 Omezení trhlin - bez přímého výpočtu

Trhliny v betonových konstrukcích mohou mít za následek snižování životnosti konstrukce, narušení její funkce či ovlivnění jejího vzhledu. Proto musí být trhliny omezeny. Pokud na konstrukci nejsou kladeny speciální požadavky omezení trhlin, lze stanovit tzv. doporučenou šířku trhlin w_{max} . Stanovuje se na základě stupně vlivu prostředí. Program pracuje s hodnotami v tab. 8, které se shodují s národní přílohou.

Stupeň vlivu prostředí	ŽB prvky w_{\max} [mm]
X0,XC1	0,4
XC2,XC3,XC4	0,3
XD1, XD2, XS1,XS2,XS3	0,3

Tab. 8: Maximální šířka trhlin dle stupně vlivu prostředí

3.6.2.1 Minimální průřezové plochy výztuže

Pokud je nutné omezit šířku trhlin, umísťuje se v tažené oblasti minimální množství výztuže. To je stanoveno z podmínky rovnosti mezi tahovou silou v betonu těsně před vznikem trhlin a tahovou silou ve výztuži po vzniku trhliny.

$$\sigma_s \cdot A_{s,\min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (111)$$

kde: $\sigma_s = f_{yk}, f_{ct,eff} = f_{ctm}$

$A_{s,\min}$ minimální průřezová plocha betonářské výztuže v tažené oblasti průřezu

A_{ct} plocha betonu v tažené oblasti průřezu - část plochy průřezu, která je podle výpočtu před vznikem trhlin namáhána tahem

σ_s maximální hodnota napětí, přípustná ve výztuži bezprostředně po vzniku trhlin
V programu je uvažována jako rovná mezi kluzu ve výztuži f_{yk} .

$f_{ct,eff}$ pevnost betonu v tahu při vzniku trhlin. V programu hodnota uvažována jako $f_{ct,eff} = f_{ctm}$

k součinitel vyjadřující účinek nerovnoměrného rozdělení vnitřních rovnovážných napětí vedoucích ke zmenšení sil vyplývajících z omezení přetvoření [7]

$k = 1,0$ pro průřezy šířky menší než 300 mm

$k = 0,65$ pro průřezy šířky větší než 800 mm

Mezilehlé hodnoty se v programu automaticky interpolují.

k_c součinitel, kterým se zohledňuje rozdělení napětí v průřezu bezprostředně před vznikem trhlin a změna ramene vnitřních sil [7]

Pro ohyb nebo kombinaci ohybu s normálovými silami:

$$k_c = 0,4 \left[1 - \frac{\sigma_s}{k_1 (h / h^*) f_{ct,eff}} \right] \leq 1 \quad (112)$$

σ_c je průměrná hodnota napětí v betonu vypočtená dle $\sigma_c = N_{Ed} / bh$. V programu je jeho hodnota nulová, protože se v deskách nevyskytují normálové vnitřní síly.

$$h^* = h$$

Minimální průřezová plocha výztuže se tedy vyjádří (113) a výsledná hodnota se porovnává se skutečnou navrženou plochou výztuže (114):

$$A_{s,min} = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s} \quad (113)$$

$$A_{s1} \geq A_{s,min} \quad (114)$$

3.6.2.2 Omezení šířky trhlin - bez přímého výpočtu

Přímý výpočet šířky trhlin je možné nahradit zjednodušením uvedeným v ČSN EN 1992 – 1 – 1, Eurokód 2 [7] ve formě tabulky při omezení průměru prutů nebo jejich vzdáleností. V programu je tohoto zjednodušení využito, přičemž tabulky jsou definovány v souvislosti se zmíněnou normou a při výpočtu jsou hodnoty z tabulek přiřazovány podle vypočteného napětí v tahu v dolní, resp. horní výztuži v místě ($d - a_{gi}$). Výpočet je prováděn pro kvazistálou kombinaci vypočteného zatížení.

Kontrola průměru výztuže

V programu je po výpočtu napětí přiřazena hodnota pro maximální průměr prutu z tab. 9. Následně je zkontrolováno, zda návrh odpovídá podmínce a navržený profil není větší než maximálně dovolený.

Napětí ve výztuži	Max. průměr prutu [mm]	
	$w_k=0,4$ mm	$w_k=0,3$ mm
MPa		
160	40	32
200	32	25
240	20	16
280	16	12
320	12	10
360	10	8
400	8	6
450	6	5

Tab. 9: Maximální průměr prutu dle napětí ve výztuži

Pro správné použití je nutno zohlednit, že při stanovení tabulkových hodnot byly pro výpočet použity následující hodnoty:

$$c = 25\text{mm}; f_{ct,eff} = 2,9\text{MPa}; h_{cr} = 0,5; (h-d) = 0,1h; k_1 = 0,8; k_2 = 0,5; k_c = 0,4; k_t = 1; k = 1$$

Podle ČSN EN 1992 – 1 – 1, Eurokód 2 [7] je možné maximální průměr Φ^* získaný z tab. 9 upravit podle vztahu:

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \cdot \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)} \quad (115)$$

Φ_s	maximální upravený průměr prutu
Φ_s^*	maximální průměr prutu uvedený v tabulce
h	výška průřezu
h_{cr}	výška tlačené oblasti bezprostředně před vznikem trhliny při kvazistálé kombinaci zatížení
d	účinná výška průřezu vztažená k těžišti krajní vrstvy výztuže

Kontrola vzdálenosti prutů výztuže

Stejně jako při kontrole maximálního průměru prutu betonářské výztuže, je podle ČSN EN 1992 – 1 – 1, Eurokód 2 [7] možné pracovat s tabulkovými hodnotami (tab. 10) i pro vzdálenost prutů výztuže.

Napětí ve výztuži MPa	Max. vzdálenosti [mm]	
	$w_k=0,4$ mm	$w_k=0,3$ mm
160	300	300
200	300	250
240	250	200
280	200	150
320	150	100
360	100	50

Tab. 10: Maximální vzdálenosti prutů dle napětí ve výztuži

Program s tabulkou automaticky pracuje a také je zkontrolováno, zda navržené vzdálenosti nejsou větší než maximálně dovolené.

POZN.: Při stanovení hodnot v tabulce byly uvažovány stejné hodnoty jako pro tabulku maximálního průměru prutu.

Pokud celková tloušťka železobetonové desky namáhané ohybem nepřekročí 200 mm a jsou dodrženy konstrukční zásady, nejsou zapotřebí žádná zvláštní opatření pro omezení šířky trhlin.

3.6.3 Omezení průhybu

Deformace konstrukce nesmí být takové, aby nepříznivě ovlivňovaly funkčnost nebo vzhled konstrukce. Aby nedošlo k ohrožení funkce konstrukce či jejího vzhledu, vypočtený průhyb desky (při kvazistálé hodnotě zatížení) ve vztahu k podporám nesmí překročit hodnotu 1/250 rozpětí.

Mezní stav přetvoření je v programu ověřován dvěma způsoby:

- omezení poměru rozpětí / účinná výška - v případech, kdy lze od přímého výpočtu upustit
- porovnání vypočteného průhybu s mezní hodnotou

3.6.3.1 Případy, kdy lze od přímého výpočtu upustit

Omezení poměru rozpětí k účinné výšce zajistí, že nevzniknou nadměrné průhyby. Mezní poměr rozpětí k účinné výšce je v práci počítáno dle vztahů:

pokud platí: $\rho \leq \rho_0$

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{\text{mezní}} = \kappa_{c1} \kappa_{c2} \kappa_{c3} K \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (116)$$

pokud platí: $\rho \geq \rho_0$

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{\text{mezní}} = \kappa_{c1} \kappa_{c2} \kappa_{c3} K \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho^l} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\frac{\rho^l}{\rho_0}} \right] \quad (117)$$

kde

l/d je mezní poměr rozpětí k účinné výšce

K součinitel zohledňující nosný systém (tab. 11)

POZN.: V normě se nevyskytuje hodnota součinitele K pro dva typy mezikruhových desek použitých programem. Jedná se o statické schéma, kdy je mezikruhová deska na jednom okraji prostě podepřená a na okraji druhém má volný konec. Pro tyto typy proto není omezení průhybu metodou bez přímého výpočtu posuzováno.

Nosný systém	K
prostě podepřený nosník, prostě podepřená deska nosná v jednom nebo ve dvou směrech	1
krajní pole spojitěho nosníku nebo spojitě desky nosné v jednom směru nebo desky nosné ve dvou směrech spojitě v delší straně	1,3
vnitřní pole nosníku nebo desky nosné v jednom směru nebo desky nosné ve dvou směrech	1,5
deska lokálně podepřená (rozhoduje delší rozpětí)	1,2
konzola	0,4

Tab. 11: Součinitel K dle nosného systému

ρ_0 referenční stupeň vyztužení:

$$\rho_0 = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}} \quad (118)$$

ρ požadovaný stupeň vyztužení tahovou výztuží ve středu rozpětí (u konzoly ve vetknutí) na ohybový moment vyvozený návrhovým zatížením:

$$\rho = \frac{A_{s1}}{b.d} \quad (119)$$

ρ' požadovaný stupeň vyztužení tlakovou výztuží ve středu rozpětí (u konzoly ve vetknutí) na ohybový moment vyvozený návrhovým zatížením:

$$\rho' = \frac{A_{s2}}{b.d} \quad (120)$$

κ_{c1} součinitel závislý na tvaru průřezu, v programu $\kappa_{c1} = 1,0$

κ_{c2} součinitel závislý na rozpětí

V programu je hodnota vypočtena a přiřazena podle podmínky:

$$\kappa_{c2} = 7/L \text{ pro } L > 7\text{m}; \kappa_{c2} = 1,0 \text{ pro } L \leq 7\text{m}$$

κ_{c3} součinitel napětí tahové výztuže σ_s v extrémně namáhaném průřezu při časté kombinaci zatížení:

$$\kappa_{c3} = \frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk} A_{s,req} / A_{s,prov}} \quad (121)$$

$A_{s,prov}$ skutečná plocha výztuže v průřezu

$A_{s,req}$ nutná plocha výztuže v průřezu

3.6.3.2 Posouzení průhybu přímým výpočtem

V programu je přednostně posuzován průhyb přímým výpočtem. Je to přesnější postup a vzhledem k tomu, že v podstatě celá práce se odvíjí od funkce průhybu, je tento postup pro problematiku kruhových a mezikruhových desek vhodnější. Pro desky, které jsou namáhané převážně ohybem, je stanoveno přetvoření dle vztahu:

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I \quad (122)$$

α přetvárná veličina, v případě této práce se jedná o průhyb desky w_{kvazi}

α_I, α_{II} hodnoty deformace pro stav bez trhlin a stav s plně rozvinutými trhlinami

$\alpha_I = w_{kvazi}^I \dots$ průhyb pro desku neporušenou trhlinami

$\alpha_{II} = w_{kvazi}^{II} \dots$ průhyb pro desku zcela porušenou trhlinami

ζ rozdělovací součinitel

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M_{Ek}} \right)^2 \quad (123)$$

$\zeta = 0$ pro průřez neporušený trhlinami

$M_{ek} = m_{ek}$ měrný ohybový moment pro kvazistálou kombinaci zatížení

$M_{cr} = m_{cr}$ měrný ohybový moment na mezi vzniku trhlin stanoven dle:

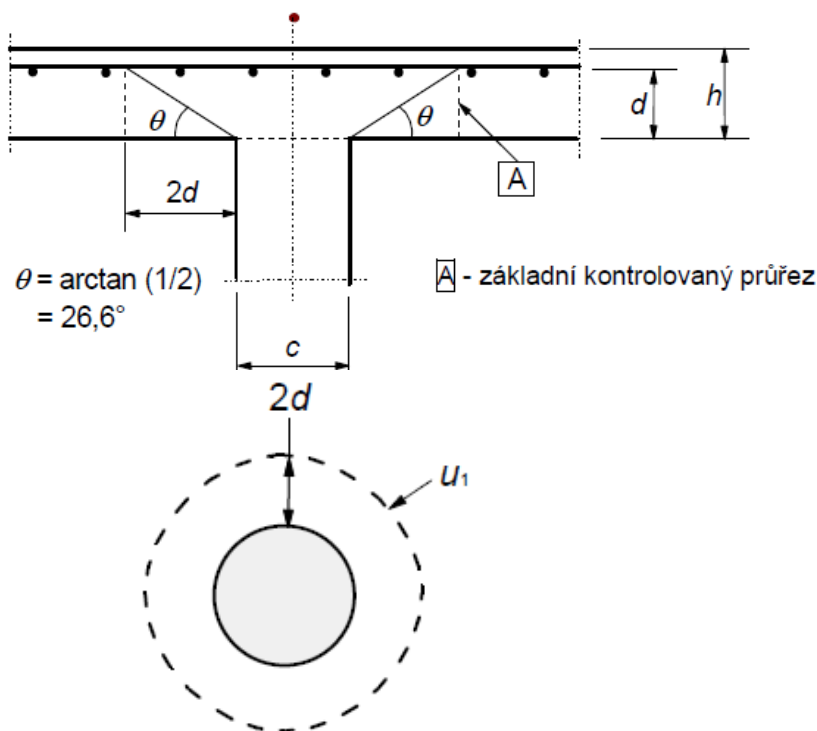
$$\frac{M_{cr}}{I_{ci}} \cdot (h - a_{gi}) \leq f_{ctm} \quad (124)$$

β součinitel zohledňující vliv doby trvání

V této práci je uvažováno s dlouhodobě působícím zatížením $\rightarrow \beta = 0,5$

3.7 Protlačení desky sloupem

Při výběru desky podle typu uložení se v práci vyskytují i desky podepřené sloupem v ose rotace. V těchto případech, by mohlo dojít k protlačení desky sloupem. Proto je tato skutečnost v programu zohledněna a u takových nosných systémů je řešeno protlačení. Obecně se protlačení projeví jako smykové porušení desky v oblasti lokálních podpěr, protože je pro něj typické působení malé styčné plochy na desku (prostřednictvím sloupu). Smyková únosnost je řešena podél tzv. kontrolovaného obvodu. Pro ověření porušení protlačení je uvažován výpočetní model na obr. 9, podle kterého se smyková plocha vytvoří ve tvaru kužele pod úhlem $\theta=26,6^\circ$. Tím se docílí toho, že tato plocha protíná tahovou výztuž desky na základním kontrolovaném obvodu u_1 ve vzdálenosti $2d$ od líce sloupu (obr. 9). V práci je uvažováno pouze s kruhovým průřezem sloupu, protože se jeví pro objekt s kruhovým půdorysem jako nejvhodnější.



Obr. 9: Protlačení desky sloupem [7]

Kontrolovaný průřez je ten, který sleduje kontrolovaný obvod a má účinnou výšku d_{eff} . Účinná výška d_{eff} desky je považována za konstantní a získaná dle vztahu:

$$d_{eff} = \frac{d_r + d_\varphi}{2} \quad (125)$$

kde

d_r, d_φ jsou účinné výšky výztuže ve dvou na sebe kolmých směrech (radiálním a tangenciálním směru)

Všechny desky počítané vytvořeným programem mají konstantní výšku a kontrolovaný průřez je kolmý na střednicovou rovinu desky. V práci je řešeno protlačení tím způsobem, že je ověřeno, zda je navržené řešení dostatečné pro únosnost ve smyku při protlačení i bez smykové výztuže. Aby nebylo nutné navrhovat smykovou výztuž, musí být splněna následující podmínka:

$$v_{ed} \leq v_{Rd,c} \quad (126)$$

kde

$v_{Rd,c}$ návrhová hodnota únosnosti ve smyku při protlačení desky bez smykové výztuže na protlačení v uvažovaném kontrolovaném průřezu

v_{ed} smykové napětí v kontrolovaném obvodě

3.7.1. Únosnost ve smyku při protlačení desek bez smykové výztuže

Návrhová únosnost desky ve smyku při protlačení je vypočítána v základním kontrolovaném průřezu dle vztahu:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) \quad (127)$$

kde

$$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c \quad (128)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0; d[mm] \quad (129)$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \rho_{lz}} \leq 0,02 \quad (130)$$

$\rho_{lr}, \rho_{l\varphi}$ se vztahují k soudržné tahové výztuži v radiálním a tangenciálním směru

Hodnoty $\rho_{lr}, \rho_{l\varphi}$ jsou průměrné hodnoty.

σ_{cp} normálové napětí v betonu, v této práci je bráno $\sigma_{cp} = 0$

$k_l = 1$ hodnota dle národní přílohy

$$v_{\min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad (131)$$

Následně program dopočítá v_{ed} pomocí vztahu:

$$v_{ed} = \beta \cdot \frac{R}{u_1 \cdot d_{eff}} \quad (132)$$

kde

d_{eff} průměrná účinná výška desky

u_1 délka základního kontrolovaného obvodu

β součinitel pro sloup uprostřed desky má hodnotu $\beta = 1,15$

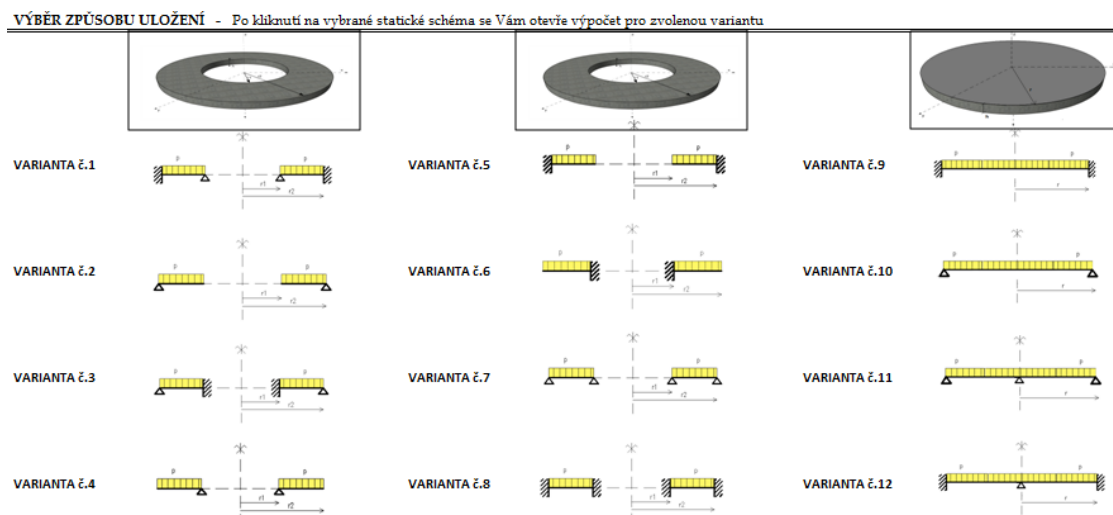
R reakce od sloupu získaná během analýzy idealizované konstrukce

Pokud není splněna podmínka (126) a v_{Ed} překračuje hodnotu $v_{Rd,c}$ v uvažovaném kontrolovaném průřezu, program uživatele informuje. V tomto případě je nutné, aby byla dodatečně navržena smyková výztuž na protlačení. Vzhledem k variabilitě možností návrhů smykové výztuže v deskách není v programu návrh smykové výztuže řešen. Důvodem je také skutečnost, že program pracuje univerzálně pro jakoukoli uživatelem zadanou konstrukci. Pro smykovou výztuž nad sloupem je praktičtější, aby byla jejímu návrhu věnována dostatečná pozornost. Proto je vhodnější, aby byla navržena na konkrétní případ přímo projektantem, který může dle potřeby a na základě zkušeností, najít nejlepší rovnováhu mezi splněním podmínky únosnosti, konstrukčních zásad a použité technologie. Individuální návrh uživatele tedy může být lepším řešením, než návrh, který by poskytl program v MS Excel.

4 PROGRAM VYTVOŘENÝ V MS EXCEL

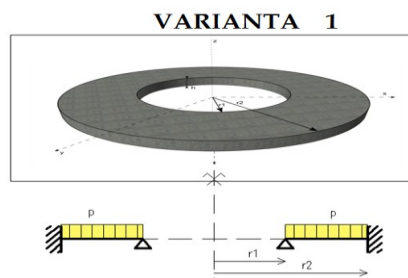
Program vytvořený v MS Excel slouží k výpočtu průhybů, průběhů měrných ohybových momentů, posouvajících sil i napětí a následnému dimenzování železobetonové mezikruhové či kruhové desky včetně výztuže. Je vytvořen pro osm různých typů uložení mezikruhových desek a pro čtyři typy uložení kruhových desek. Vzhledem k tomu, že celá práce v MS Excel obsahuje velké množství listů, což by mohlo být pro uživatele nepohodlné a nepřehledné, je po zvolení typu konstrukce otevřen nový sešit Excelu, ve kterém je pouze řešení konkrétního typu desky, přičemž všechny rozměry a parametry konstrukce může samozřejmě uživatel libovolně zadat v jednoznačně označených buňkách podbarvených zelenou barvou.

Uživatel si zvolí typ, který bude dimenzovat (obr. 10)



Obr. 10: Titulní list programu – výběr způsobu uložení

Po zvolení typu uložení se uživateli otevře sešit Excelu pro vybranou variantu s titulním listem této varianty (Obr. 11)



Obr. 11: List 1) Zadání

Pro zohlednění zatížení působícího na konstrukci uživatel nejprve postupně zadává do předpřipravené tabulky (obr. 12) skladbu dané konstrukce pro výpočet stálého zatížení (tloušťky a objemové tíhy jednotlivých vrstev) a poté blíže definuje působící nahodilé zatížení. Vlastní tíha železobetonové konstrukce se v programu spočítá na základě výšky desky h , kterou uživatel navrhne.

VÝPOČET ZATÍŽENÍ

ZATÍŽENÍ STÁLÉ [kN/m²]

	materiál	d (m)	p	γ	g _k	souč.	g _d
1	ŽELEZOBETONOVÁ DESKA	0,22	2500	25	5,5	1,35	7,425
2	Materiál 1	0	0	0	0	1,35	0
3	Materiál 2	0	0	0	0	1,35	0
4	Materiál 3	0	0	0	0	1,35	0
5	Materiál 4	0	0	0	0	1,35	0
6	Materiál 5	0	0	0	0	1,35	0
7	Materiál 6	0	0	0	0	1,35	0
8	Materiál 7	0	0	0	0	1,35	0
9	Materiál 8	0	0	0	0	1,35	0
10	Materiál 9	0	0	0	0	1,35	0
Σ =					5,5		7,425

Kategorie C: shromažďovací plochy

ψ ₀	ψ ₁	ψ ₂
0,7	0,7	0,6

MEZNÍ STAV ÚNOSNOSTI

CELKOVÉ ZATÍŽENÍ = STÁLÉ + UŽITNÉ

Σ = 11,925 [kN/m²]

ZATÍŽENÍ UŽITNÉ [kN/m²]

	materiál	g _k	souč.	g _d
1	Užitné zatížení 1	3	1,5	4,5
2	Užitné zatížení 2	0	1,5	0
3	Užitné zatížení 3	0	1,5	0
4	Užitné zatížení 4	0	1,5	0
5	Užitné zatížení 5	0	1,5	0
Σ =		3		4,5

MEZNÍ STAV POUŽITELNOSTI

Charakteristická kombinace zatížení

Σ = 8,500 [kN/m²]

Častá kombinace zatížení

Σ = 7,600 [kN/m²]

Kvazistálá kombinace zatížení

Σ = 7,300 [kN/m²]

Obr. 12: List 2)Zatížení

Dále program počítá s celkovou hodnotou zatížení. Vzhledem k tomu, že program posuzuje návrh konstrukce z hlediska mezního stavu únosnosti i z hlediska mezního stavu použitelnosti, je potřebné vytvořit několik kombinací zatížení a program pak sám vybere s jakou hodnotou v daném postupu počítá. V souvislosti s mezním stavem použitelnosti se spočítá charakteristická, častá a kvazistálá kombinace zatížení (obr. 13). Pro mezní stav použitelnosti je pro uživatele nachystáno výběrové pole, kde zvolí o jakou plochu se jedná. V souladu s ČSN EN 1990, Eurokód [6] se pro danou plochu přiřadí správné hodnoty součinitele ψ_0 , ψ_1 a ψ_2 (obr. 13).

MEZNÍ STAV POUŽITELNOSTI

Kategorie A: obytné plochy
Kategorie A1: obytné plochy
Kategorie B: kancelářské plochy
Kategorie C: shromažďovací plochy
Kategorie D: obchodní plochy
Kategorie E: skladovací plochy
Kategorie F: dopravní plochy ≤30kN
Kategorie G: dopravní plochy 30-160kN
Kategorie H: střechy

ψ ₀	ψ ₁	ψ ₂
0,7	0,5	0,3

Charakteristická kombinace zatížení

Σ = 8,500 [kN/m²]

Častá kombinace zatížení

Σ = 7,000 [kN/m²]

Kvazistálá kombinace zatížení

Σ = 6,400 [kN/m²]

Obr. 13: List 2)Zatížení – výběr plochy

Uživatel zvolí z nabídky třídu betonu a betonářské oceli (obr. 14).

NÁVRH TŘÍDY BETONU A TŘÍDY BETONÁŘSKÉ OCELI

NÁVRH MATERIÁLŮ:

BETON		
Pevnostní třída	C 25/30	
Pevnost f_{ck}	C 25/30	MPa
Pevnost f_{ctm}	C 30/37	MPa
Součinitel γ_c	C 35/45	
Výpočet f_{cd}	C 40/50	MPa
	C 45/55	
	C 50/60	
	C 55/67	
	C 60/70	
	16666667	Pa
$f_{ctk0,005}$	1,8	MPa
λ	0,8	
η	1	
E_c	31	Gpa

OCEL		
Pevnostní třída	B 400A	
Pevnost f_{yk}	EC	Pa
	B 400A	
	B 500A	
	B 500A	
Součinitel γ_s	B 400B	
	B 500B	
Výpočet f_{yd}	B 600B	Pa
	B 400C	
	34/526087	Pa
E_s	200	GPa

Obr. 14: List 3) Návrh betonu a oceli

Pro zvolenou pevnostní třídu se pro beton vypíše náležité charakteristické pevnosti v tlaku f_{ck} [MPa], v tahu f_{ctm} [MPa], $f_{ctk0,005}$ [MPa], součinitel bezpečnosti γ_c a vypočítá se návrhová pevnost f_{cd} [MPa], i hodnoty λ (výška tlačené oblasti) a η v souvislosti s následujícími pravidly.

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,8 & \text{pro } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa;} \\ \lambda &= 0,8 - (f_{ck} - 50)/400 & \text{pro } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \\ \eta &= 1,0 & \text{pro } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \eta &= 1,0 - (f_{ck} - 50)/200 & \text{pro } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Pro zvolenou betonářskou výztuž se vypíše hodnota charakteristické meze kluzu f_{yk} [MPa], součinitel bezpečnosti γ_s a vypočítá se návrhová pevnost f_{yd} [MPa].

Následně uživatel volí pro případ kruhové desky velikost poloměru r [m], pro případ mezikruhové desky vnitřní poloměr kruhu mezikruží r_I [m], vnější poloměr mezikruží r_2 [m] a tloušťku navrhované železobetonové desky h [m], která je zahrnuta do výpočtu vlastní tíhy (ke stálému zatížení). Podle zvolené pevnostní třídy betonu je doplněna hodnota modulu pružnosti E [kPa], (obr. 15). Hodnota Poissonova součinitele je na začátku navrhování brána pro případ, že nevzniknou trhliny $\mu = 0,2$ [-].

Navrhne-li uživatel takové řešení, při kterém trhliny vzniknou, je vyzván k tomu, aby zvolil ve výběrovém menu „vzniknou trhliny“ a hodnota Poissonova součinitele je $\mu = 0$. Na základě konkrétních hodnot se spočítá desková tuhost D [kNm] (obr. 15).

PARAMETRY MEZIKRUHOVÉ DESKY = ZADÁVÁNÍ VSTUPNÍCH HODNOT

CHARAKTERISTIKA MEZIKRUŽÍ

poloměr vnitřního kruhu	$r_1 =$	2,00	[m]
poloměr vnějšího kruhu	$r_2 =$	5,00	[m]
tloušťka desky	$h =$	0,22	[m]
zatížení (včetně vlastní tíhy)	$p =$	11,925	[kNm ⁻²]

CHARAKTERISTIKA MATERIÁLU

modul pružnosti	$E =$	31000000	[kPa]
Poissonův součinitel	$\mu =$	0,20	[-]

Nevzniknou trhliny ▼

VOYPOČÍTANÁ DESKOVÁ TUHOST PRO ZADANOU DESKU

$D =$ 28653,472 [kNm]

Obr. 15: List 4) Vstupní hodnoty

Celý program je vytvářen na základě teorie tenkých desek, Kirchhoffovy teorie. Proto je krátce po zadání rozměrů a tloušťky desky ověřeno, zda je splněna podmínka pro tzv. tenkou desku (obr. 16). V případě, že podmínka není splněna, uživatel je informován, že se nejedná o tenkou desku. Program by sice počítal i nadále, ale vzhledem k tomu, že by nebyl dodržen základní předpoklad použitý pro jeho vytvoření, výsledné hodnoty by nebyly zcela správné. Uživatel tedy musí zvolit dimenze konstrukce tak, aby byla podmínka splněna.

Kontrola, zda je splněna podmínka pro TENKOU DESKU:

$$\frac{h}{l} = \left(\frac{h}{2 \cdot (r_2 - r_1)} \right) < \left\langle \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{50} \right\rangle$$

0,1 < 0,02 < 0,02

Vyhovuje - tenká deska

Obr. 16: List 4) Vstupní hodnoty - podmínka pro tenkou desku

Podle odvozených rovnic pro okrajové podmínky desky (viz kap. 2), se vyřeší soustavy lineárních rovnic o několika neznámých a získané integrační konstanty C_i se vydělí deskovou tuhostí D (obr. 17). Počet rovnic, neznámých a získaných integračních konstant C je závislý na typu konstrukce.

Pro mezikruhové desky se jedná o čtyři integrační konstanty C_1 , C_2 , C_3 a C_4 .

SESTAVENÁ MATICE S INTEGRAČNÍMI KONSTANTAMI

	C1	C2	C3	C4	PS/D
1	1	4	0,69315	2,77259	-2,98125
2	0	2,4	-0,2	4,86355	-9,54
3	1	25	1,60944	40,2359	-116,45508
4	0	10	0,2	21,0944	-93,164063

Vypočtené integrační konstanty

Ci	
C1	-25,80832
C2	22,92292924
C3	-39,7236883
C4	-14,9067491

Integrační konstanty vydělené deskovou tuhostí

Ci/D	
C1	-0,0009007
C2	0,0008
C3	-0,0013863
C4	-0,0005202

Obr. 17: List 4) Vstupní hodnoty – soustava rovnic pro mezikruhové desky

Obecně u kruhových desek se setkáme s integračními konstantami C_1 , C_2 (obr. 18).

SESTAVENÁ MATICE S INTEGRAČNÍMI KONSTANTAMI

	C1	C2	PS/D
3	1	4	-2,8125
4	0	4	-5,625

Vypočtené integrační konstanty

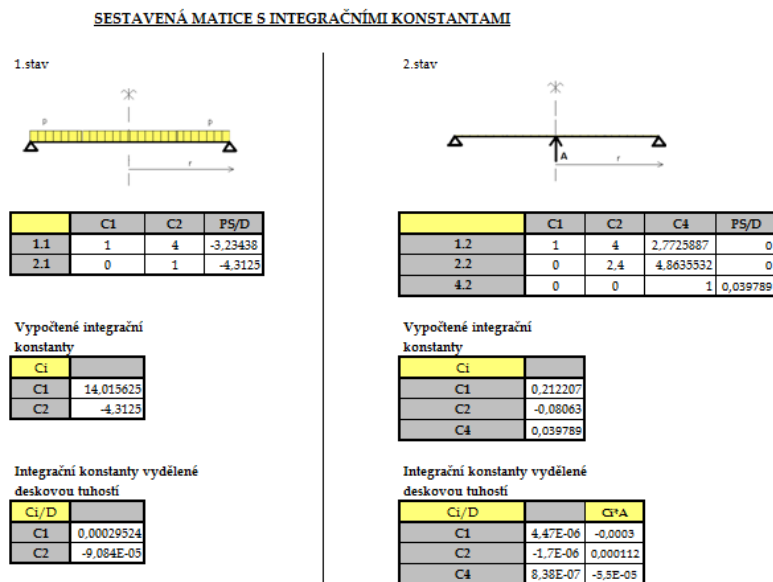
Ci	
C1	2,8125
C2	-1,40625

Integrační konstanty vydělené deskovou tuhostí

Ci/D	
C1	0,0001306
C2	-6,532E-05

Obr. 18: List 4) Vstupní hodnoty – soustava rovnic pro kruhové desky

Pro kruhové desky podepřené kromě svého okraje navíc ve středu sloupem je řešení soustavy rovnic s integračními konstantami rozděleno na dvě části podle zatěžovacích stavů (viz kap. 2.1.9.2), (obr. 19). Součástí výpočtu je i výpočet reakce A .



Obr. 19: List 4) Vstupní hodnoty – soustava rovnic pro desky se sloupem

Hodnoty vyřešených konstant program dosadí do odvozených vztahů průhybů, ohybových momentů (radiálních i tangenciálních), napětí (radiálních i tangenciálních) a posouvajících sil, které následně spočítá ve čtyřseti bodech uživatelem zadaného rozpětí. Část tabulky, která má celkově čtyři sta řádků, je zobrazena na obr. 20.

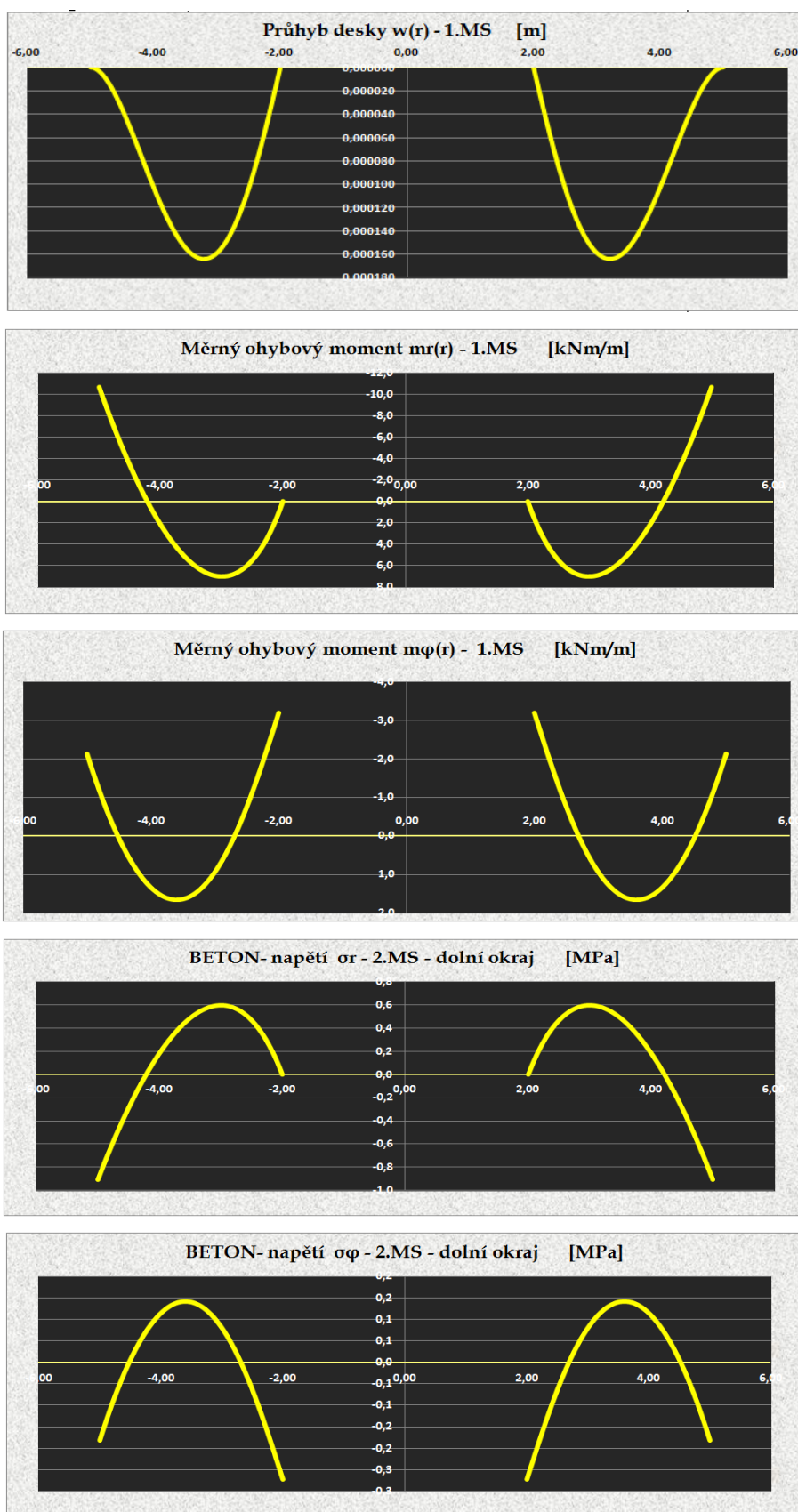
MEZNÍ STAV ÚNOSNOSTI				MEZNÍ STAV POUŽITELNOSTI			
r [m]	Průhyb desky w [m]	Měrný ohybový moment m _r [kNm/m]	Měrný ohybový moment m _φ [kNm/m]	Napětí radiální sigma r + (bet. Průřez)	Napětí tangenciální sigma φ + (bet. Průřez) [MPa]	r [m]	
1	-5,00	0,000000	-10,630022	-2,126004	-0,905530	-0,181106	5,00
2	-4,98	0,000000	-10,386747	-2,046832	-0,884807	-0,174362	4,98
3	-4,97	0,000000	-10,144954	-1,968459	-0,864209	-0,167685	4,97
4	-4,95	0,000000	-9,904645	-1,890886	-0,843738	-0,161077	4,95
5	-4,94	0,000001	-9,665823	-1,814115	-0,823394	-0,154537	4,94
6	-4,92	0,000001	-9,428491	-1,738146	-0,803176	-0,148066	4,92
7	-4,91	0,000001	-9,192652	-1,662981	-0,783086	-0,141663	4,91



Obr. 20: List 5) Momenty a průhyby – tabulka s hodnotami

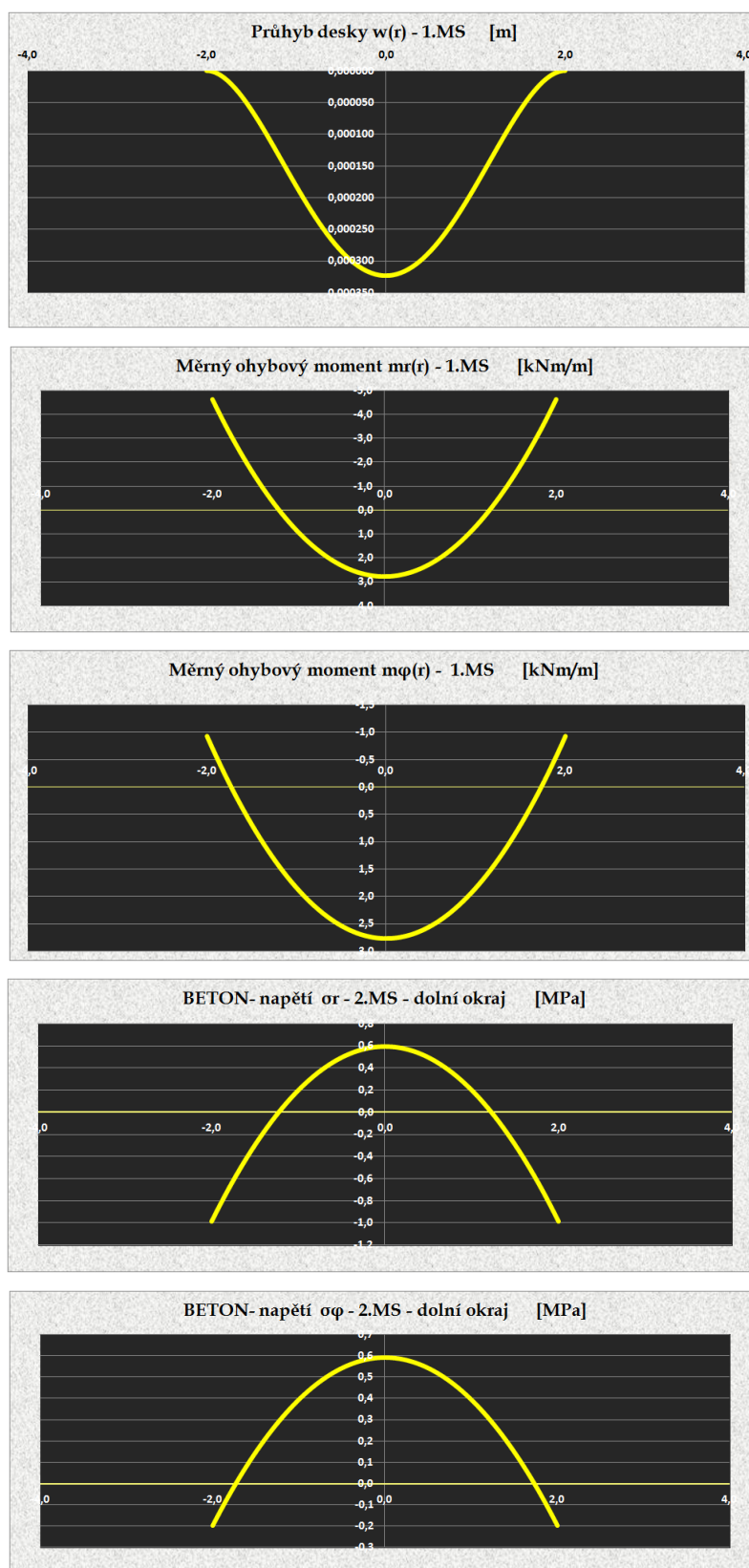
Z těchto čtyřseti hodnot program vykreslí grafy znázorňující průhyb konstrukce, průběhy posouvající síly, průběhy radiálních a tangenciálních momentů a napětí.

Pro mezikruhovou desku mohou vypadat průběhy následovně (obr. 21). Záleží na konkrétním zadání a samozřejmě na vybraném typu uložení konstrukce.



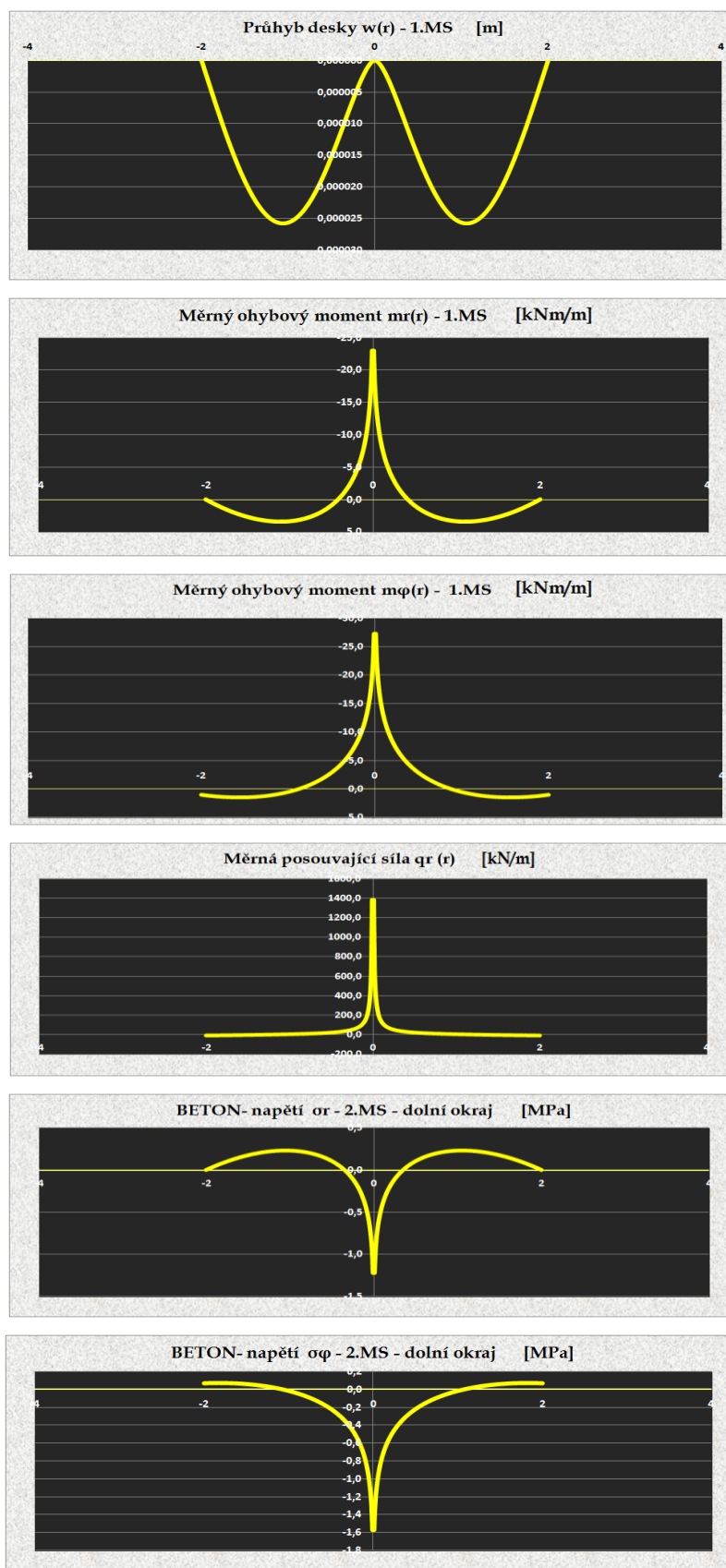
Obr. 21: List 5) Momenty a průhyby – pro mezikruhovou desku

Ukázka vykreslení grafů znázorňující průběhy desky kruhového tvaru (obr. 22).



Obr. 22: List 5) Momenty a průhyby – pro kruhovou desku

Ukázka vykreslení grafů znázorňující průběhy desky kruhového tvaru se sloupem (obr. 23).



Obr. 23: List 5) Momenty a průhyby – desku se sloupem

Uživatel může přistoupit k fázi navrhování železobetonové mezikruhové nebo kruhové desky. Pro navržení radiální a tangenciální betonářské výztuže jsou zapotřebí extrémní hodnoty příslušných momentů, které se pro přehlednost vypíší do tabulky (obr. 24). K těmto extrémům se přiřadí hodnota poloměru v místě, kde se daný extrém nachází. V tabulce lze také nalézt maximální napětí v krajních vláknech betonu.

MAXIMÁLNÍ MOMENTY - (PRO NÁVRHOVÉ HODNOTY ZATÍŽENÍ)			
1) RADIÁLNÍ		2) TANGENCIÁLNÍ	
hodnota poloměru	MAX m_r (r)	hodnota poloměru	MAX m_ϕ (r)
pro maximální m_r (r) [m]	[kNm/m]	pro maximální m_ϕ (r) [m]	[kNm/m]
5,00	-10,630	2,00	-3,191
2,99	6,995	3,60	1,660
MAXIMÁLNÍ NAPĚTÍ V BETONU - (PRO CHARAKTERISTICKÉ HODNOTY ZATÍŽENÍ)			
hodnota poloměru	MAX σ_r (r)	hodnota poloměru	MAX σ_ϕ (r)
pro maximální σ_r (r) [m]	[MPa]	pro maximální σ_ϕ (r) [m]	[MPa]
2,99	0,596	3,60	0,141
5,00	-0,906	2,00	-0,272

Obr. 24: List 5) Momenty a průhyby – extrémní hodnoty momentů a napětí

Dalším krokem dimenzování je již navrhování výztuží pro jednotlivé extrémní hodnoty momentů v samostatných listech MS Excel.

Nejdříve uživatel zadá požadované krytí výztuže c_{min} a vypočte se c_{nom} [mm]. Aby mohl uživatel bez potřeby jiného dokumentu zvolit hodnotu krytí na základě třídy konstrukce a stupně vlivu prostředí, je mu poskytnuta tabulka s hodnotami, která se otevře po kliknutí na „Volba krytí“ (obr. 25).

NÁVRH PRO ZÁPORNÝ RADIÁLNÍ MAXIMÁLNÍ MOMENT

krytí $c_{min} =$ $c_{nom} =$ [mm]



Obr. 25: List 6)až 9) Návrh betonářské výztuže – volba krytí

Uživatel tedy najde požadovanou hodnotu (obr. 26). Po kliknutí na tlačítko „Zpět k návrhu“ ji napíše do zeleně zbarvené buňky. Pro nalezení správné hodnoty je uživatel v tomto listě informován o tom, jak krytí správně zvolit.

Třída konstrukce	STUPEŇ VLIVU PROSTŘEDÍ						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS2	XD3/XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55



Obr. 26: List 6)až 9) Návrh betonářské výztuže – tabulka krytí

Následně z nabídky zvolí profil výztuže (obr. 27). Na základě těchto hodnot se vypočítá účinná výška průřezu d [m].

NÁVRH PROFILU:

PROFIL	
Volba profilu	8
Profil	7
Profil	8
Profil	10
b	12
c _{nom}	14
c	16
d	18
d	20

Obr. 27: List 6)až 9) Návrh betonářské výztuže – volba profilu výztuže

Na konkrétní dimenzační moment začne program počítat (obr. 28):

Maximální moment	10630	Nm/m	=	10,630	kNm/m
------------------	-------	------	---	--------	-------

NÁVRH PLOCHY VÝZTUŽE:

$$a_{s,req} = \frac{m_{ed}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{0,0001453}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} \text{ m}^2 = \boxed{145,3} \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Plocha jednoho prutu navržené výztuže:

$$a_{st1} = \frac{\pi \cdot \Phi^2}{4} = \frac{2,82743E-05}{4} \text{ m}^2 = \boxed{28,3} \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Potřebný počet prutů na 1 bm šířky desky:

$$n_{min} = \frac{a_{s,req}}{a_{st1}} = \frac{0,0001453}{2,82743E-05} = 5,1 \rightarrow n = \boxed{6} \text{ ks}$$

Navržené rozteče mezi jednotlivými pruty výztuže:

$$s = \frac{b}{n} = \frac{160}{6} \text{ mm} = \boxed{26,7} \text{ mm} \quad \text{Možnost zmenšit rozteč "s" zde: } \boxed{50} \rightarrow \text{Navržená rozteč: } \boxed{50} \text{ mm}$$

SKUTEČNÁ PLOCHA VÝZTUŽE:

$$a_s = \frac{\pi \cdot \Phi^2}{s \cdot 4} = \frac{2,82743E-05}{26,7 \cdot 4} \text{ m}^2 = \boxed{565,5} \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Obr. 28: List 6)až 9) Návrh betonářské výztuže – plocha výztuže

Navržená výztuž o skutečné spočítané ploše a_s , počtu n (v 1m) a vzdálenosti prutů s je dále posuzována (obr. 29).

POSUDEK

$$F_s = a_s \cdot f_{yd} \quad F_s = 245863,773 \text{ [N]} = \boxed{245,864} \text{ [kN]}$$

$$x = \frac{a_s \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd}} \quad x = 0,01843978 \text{ [m]} = \boxed{18,440} \text{ [mm]}$$

$$m_{Rd} = a_{s1} \cdot f_{yd} (d - 0,4x) \quad m_{Rd} = 44163,0557 \text{ [Nm/m]} = \boxed{44,163} \text{ [kNm/m]}$$

$$m_{Ed} \leq m_{Rd} \quad 10,630 \leq 44,163 \quad \boxed{\text{Vyhovuje}}$$

Obr. 29: List 6)až 9) Návrh betonářské výztuže – posudek

Pokud daný návrh nevyhoví, je uživateli poskytnuta rada, jak může dále pokračovat:

NEVYHOVUJE! = nutno změnit profil výztuže, třídu výztuže, rozteče mezi pruty, tloušťku desky nebo třídu betonu

V dalším kroku je zjišťováno, zda navržené řešení splňuje všechny konstrukční zásady (obr. 30). Pokud daný návrh nevyhoví, je uživateli poskytnuta rada, jak může návrh změnit, aby vyhověl i konstrukčním zásadám.

KONSTRUKČNÍ ZÁSADY	
1	MINIMÁLNÍ STUPEŇ VYZTUŽENÍ $a_{s,min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{ym}} \cdot b_t \cdot d \\ 0,0013 \cdot b_t \cdot d \end{array} \right\}$ <div> $a_{s,min} =$ <div> <div>max</div> <div>02,528E-04 m²</div> </div> <div>max=</div> <div>02,528E-04 m²</div> <div>Vyhovuje</div> </div>
2	MAXIMÁLNÍ STUPEŇ VYZTUŽENÍ $a_{s,max} = \min(0,04 \cdot A_c)$ <div> $a_{s,max} =$ <div>88,00E-04 m²</div> <div>Vyhovuje</div> </div>
3	OMEZENÍ VÝSKY TLACENÉ OBLASTI $\xi = \frac{x}{d} \quad \xi_{bal} = \frac{700}{700 + f_{yd}}$ <div> $\xi_{max} = 0,45$ <div>Vyhovuje</div> a) $\xi = x/d$ <div>0,098608465</div> b) $\xi_{bal} = 0,61685824$ <div>Vyhovuje</div> </div>
4	VZDÁLENOST PRUTŮ $s_{max} = \min\{2h; 250\}$ $s_{min} = \max\{k_1 \cdot \Phi; d_g + k_2; 20\text{mm}\}$ <div> a) Maximální vzdálenost hlavní výztuže - osová $s_{max} =$ <div> <div>min</div> <div>440 mm</div> </div> <div>min=</div> <div>250 mm</div> <div>Vyhovuje</div> </div> <div> a) Minimální vzdálenost hlavní výztuže $k_1 = 1$ $k_2 = 5$ $d_g = 16$ "Podle druhu kameniva" $s_{min} =$ <div> <div>max</div> <div>6</div> </div> <div>max=</div> <div>21 mm</div> <div>Vyhovuje</div> </div>
5	KOTEVNÍ DÉLKA $l_{b,rqd} = \frac{\Phi}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}$ $f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$ $f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk 0,95}}{\gamma_c}$ <div> $l_{b,rqd} =$ <div>241,546 mm</div> <div>dobré podmínky soudržnosti</div> <div>dobré podmínky soudržnosti</div> <div>špatné podmínky soudržnosti</div> <div>$\eta_2 =$ 1</div> </div> <div> $f_{bd} =$ <div>2,7</div> </div> <div> $f_{ctd} =$ <div>1,20</div> </div> <div> NÁVRH: $l_{bd} =$ <div>250 mm</div> </div> <div> $l_{b,min} = \max\{0,3 \cdot l_{b,rqd}; 10 \cdot \Phi; 100\text{mm}\}$ <div> POSUDEK <div> <div>72</div> <div>60</div> <div>100</div> </div> <div>max=</div> <div>100,000 mm</div> <div>Vyhovuje</div> </div> </div>

Obr. 30: List 6)až 9) Návrh betonářské výztuže – konstrukční zásady

Pro výpočet kotevní délky je nutné, aby uživatel zvolil, zda se jedná o dobré či špatné podmínky soudržnosti. Pro případ dobrých podmínek soudržnosti program počítá s hodnotou $\eta_1=1$ a v případě špatných podmínek soudržnosti s hodnotou $\eta_1=0,7$.

Hodnoty η_2 se přiřazují na základě vztahů v souvislosti s profilem výztuže: $\eta_2 = 1,0$ pro $\Phi \leq 32\text{mm}$; $\eta_2 = (132 - \Phi)/100$ pro $\Phi > 32\text{mm}$.

Stejným způsobem uživatel postupuje k návrhům výztuže pro ostatní extrémní hodnoty momentů. Výztuž se navrhuje k hornímu i dolnímu povrchu desky, pro záporné i kladné momenty, přičemž program sám zohledňuje již dříve navrženou výztuž i její krytí a nedopustí, aby docházelo ke kolizi prutů. U desek podepřených sloupem je řešeno navíc protlačení desky sloupem (obr. 31)

PROTLAČENÍ DESKY SLOUPEM

Průměr sloupu:

$$c = 300 \text{ mm} = 0,3 \text{ m}$$

Zvolená tažená výztuž:

radiální		tangenciální	
$d_r =$	0,213 m	$d_\varphi =$	0,200 m
$A_r =$	0,000308 m ²	$A_\varphi =$	0,000343 m ²

Účinná výška desky:

$$d_{ef} = \frac{d_r + d_\varphi}{2} = 0,2065 \text{ m} = 207 \text{ mm}$$

Kontrolovaný obvod:

$$u = 3,54 \text{ m}$$

Únosnost ve smyku při protlačení desek a základů sloupů BEZ SMYKOVÉ VÝZTUŽE:

$$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c = 0,120$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0; d[\text{mm}]$$

$$k = 1,984 \leq 2 \rightarrow 1,984$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{by} \rho_{bz}} \leq 0,02$$

$$\rho_1 = 0,002 \leq 0,02 \rightarrow 0,002$$

$$k_{11} = 0,1 \text{ (národ.příloha)}$$

$$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$$

$$v_{\min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$v_{\min} = 0,619$$

Návrhová únosnost ve smyku při protlačení

$$v_{ed} \leq v_{Rd,c}$$

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp})$$

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} = 0,4396 \text{ MN} = 439,63 \text{ kN}$$

$$v_{Rd,c} = (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) = 0,6187 \text{ MN} = 618,66 \text{ kN}$$

$$v_{rd,c} = 618,66 \text{ kN}$$

Reakce od sloupů:

$$R = A = 66,05 \text{ kN}$$

Působící posouvající síla:

$$v_{ed} = \beta \cdot \frac{R}{u_1 \cdot d_{ef}} = 103,98 \text{ kN}$$

POZN.: $\beta = 1,15$ pro vnitřní sloup

$$v_{ed} \leq v_{Rd,c}$$

$$103,978 \leq 618,664$$

Vyhovuje-není nutné navrhovat smykovou výztuž

Obr. 31: List Protlačení desky sloupem

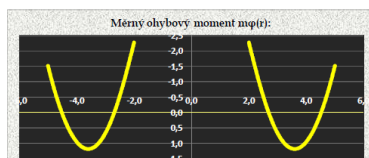
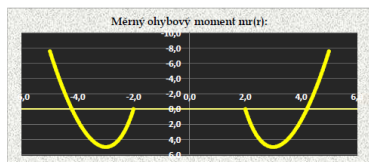
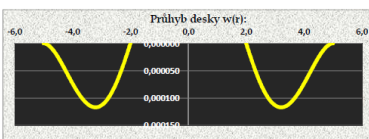
Konstrukce je navržena a posouzena na splnění požadavků mezního stavu únosnosti. Uživatel přejde k posouzení navrženého řešení z hlediska mezního stavu použitelnosti. Ve výpočtech souvisejících s mezním stavem použitelnosti je nutné počítat s charakteristickými, kvazistálými a častými hodnotami zatížení a brát v potaz průhyby i průběhy vnitřních sil vzniklých právě od těchto hodnot působícího zatížení. Ty se vykreslí pro všechny typy kombinací, jak je znázorněno na obr. 32.

MEZNÍ STAV POUŽITELNOSTI

- PRŮBĚHY MOMENTŮ A PRŮHYBŮ PRO JEDNOTLIVÉ KOMBINACE ZATÍŽENÍ

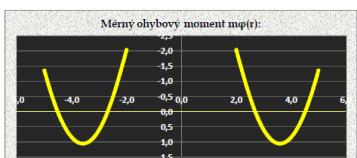
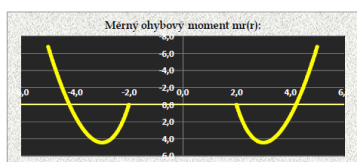
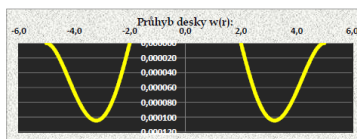
Charakteristická kombinace zatížení

1) RADIALNÍ		2) TANGENCIÁLNÍ	
hodnota poloměru pro maximální $m(r)$ [m]	MAX $m(r)$ [kNm/m]	hodnota poloměru pro maximální $m(r)$ [m]	MAX $m(r)$ [kNm/m]
5,00	-2,577	2,00	-2,275
2,99	4,986	3,60	1,183



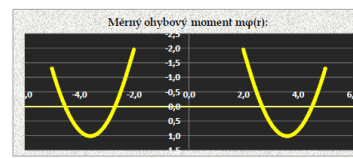
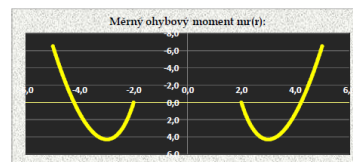
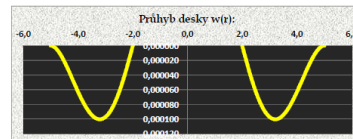
Častá kombinace zatížení

1) RADIALNÍ		2) TANGENCIÁLNÍ	
hodnota poloměru pro maximální $m(r)$ [m]	MAX $m(r)$ [kNm/m]	hodnota poloměru pro maximální $m(r)$ [m]	MAX $m(r)$ [kNm/m]
5,00	-4,775	2,00	-2,034
2,99	4,458	3,60	1,058



Kvazistálá kombinace zatížení

1) RADIALNÍ		2) TANGENCIÁLNÍ	
hodnota poloměru pro maximální $m(r)$ [m]	MAX $m(r)$ [kNm/m]	hodnota poloměru pro maximální $m(r)$ [m]	MAX $m(r)$ [kNm/m]
5,00	-4,507	2,00	-1,954
2,99	4,282	3,60	1,016



Obr. 32: List 10)MSP

V závěrečné části procesu navrhování už uživatel nic nevyplňuje. Program ověří navržené řešení z hlediska mezního stavu použitelnosti a informuje uživatele, zda vzniknou či nevzniknou trhliny.

MEZNÍ STAV POUŽITELNOSTI = OMEZENÍ NAPĚTÍ, TRHLIN A PRŮHYBŮ

TRHLINY NA DOLNÍM OKRAJI
RADIÁLNÍ SMĚR

ZVOLNÉ MATERIÁLY

Beton		Výztuž	
f_{tk}	25 MPa	f_{tk}	500 MPa
f_{ctm}	2,6 MPa	E_s	200 GPa
E_{cm}	31 GPa		

Účinné výšky průřezu

dolní výztuž

 $d = 187$ [mm] $0,187$ [m]

horní výztuž

 $d_s = 33$ [mm] $0,033$ [m]

$$\alpha_s = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

$$\alpha_s = 6,452$$

IDEÁLNÍ PRŮŘEZ BEZ TRHLIN

Průřezové charakteristiky

Beton		Výztuž	
A_c	0,220 m ²	A_{s1}	0,000113097 m ²
a_c	0,110 m	A_{s2}	0,000563487 m ²

$$A_t^I = A_t^I + \alpha_s A_{s1} + \alpha_s A_{s2} = 0,2244 \text{ m}^2$$

$$a_{gr} = \frac{A_s \alpha_s + \alpha_s (A_{s1} d + A_{s2} d_s)}{A_t} = 0,1090 \text{ m}$$

Obr. 33: List 11) až 14)MSP- charakteristiky průřezu

Podle toho, jestli trhliny vzniknou či nevzniknou, uživatel vybere následující výpočet kliknutím na tlačítko (obr. 34)

Měrný deskový moment setrvačnosti

$$I_c^I = \frac{1}{12(1-\mu^2)} b \cdot h^3 = \underline{\underline{0,0009243}} \text{ m}^4$$

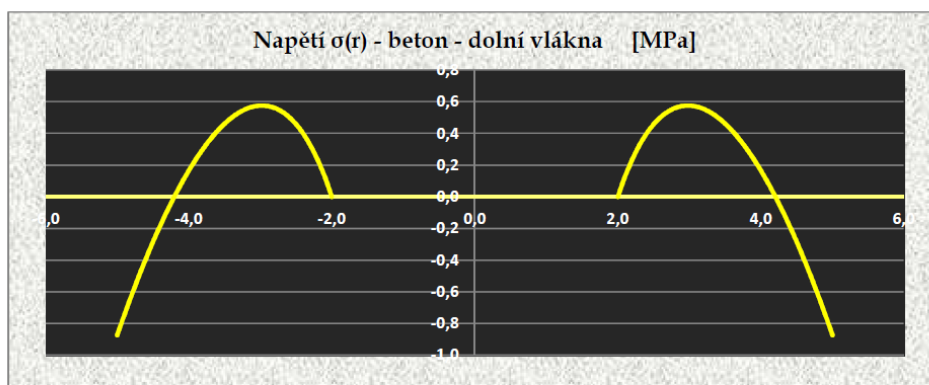
$$I_t^I = I_c^I + A_c^I (a_{gt} - a_c)^2 + \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (a_{gt} - d)^2 + \alpha_e \cdot A_{s2} \cdot (a_{gt} - d_2)^2 = \underline{\underline{0,000950}} \text{ m}^4$$

Desková tuhost pro celý průřez i s výztužemi

$$D = \underline{\underline{29451}} \text{ kNm}$$

Napětí v dolních tažených vláknech

Napětí v místě $(h - a_{gt})$:



hodnota poloměru pro maximální $\sigma(r)$ [m]	MAX $\sigma(r)$ [MPa]
5,00	-0,872
2,98	0,575

$$\sigma_{c1} = \underline{\underline{0,575}} \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} \leq f_{ctm}$$

$$0,575 \leq 2,600$$

Nevzniknou trhliny

VÝPOČET NA PRŮŘEZU
BEZ TRHLIN

VÝPOČET NA PRŮŘEZU
S TRHLINAMI

Obr. 34: List 11) až 14) MSP- ověření vzniku trhlin

Vzniknou-li trhliny, uživatel je upozorněn, že je nutné změnit hodnotu Poissonova součinitele a po kliknutí na obrázek s šipkami ho program vrátí na list, kde tuto změnu provede. Dále se spočítá část průřezu, který zůstal neporušen trhlinami a následně nová desková tuhost pro průřez s trhlinami (obr. 35)

POZN.: V případě, že **VZNIKAJÍ TRHLINY**, je nutné upravit vstupní hodnotu Poissonova součinitele. Po kliknutí na -> se vrátíte na list 4) VSTUPNÍ HODNOTY, kde pouze vyberete u nabídky na Poissonův součinitel případ - vzniknou trhliny. Celý návrh překontrolujte, zda vyhoví i po vzniku trhlín.



IDEÁLNÍ PRŮŘEZ S TRHLINAMI

Výpočet části průřezu x , neporušené trhlinami:

$$0,5 \cdot b \cdot x^2 + \alpha_e (A_{s2} + A_{s1}) x - \alpha_e (A_{s1} \cdot d + A_{s2} \cdot d_2) = 0$$

$$0,5 x^2 + 0,01111863 x - 0,00109333 = 0$$

$$x = \underline{\underline{0,03695}} \text{ m}$$

$$\text{Diskriminant } D =$$

$$\sqrt{D} = \begin{array}{|c|} \hline 0,0023 \\ \hline 0,0481 \\ \hline \end{array}$$

$$x_1 = \underline{\underline{0,03695}}$$

$$x_2 = \underline{\underline{-0,05918}}$$

Průřezové charakteristiky

Beton			Výztuž		
Ac=	0,037	m2	As1=	0,000718078	m2
ac=	0,018	m2	As2=	0,00100531	m2

$$A_t^I = A_c^I + \alpha_e A_{s1} + \alpha_e A_{s2} = \underline{\underline{0,0481}} \text{ m}^2$$

$$a_{g1} = \frac{A_c a_c + \alpha_e (A_{s1} d + A_{s2} d_2)}{A_t^I} = \underline{\underline{0,0369}} \text{ m}$$

Měrný deskový moment setrvačnosti

$$I_c^{\text{II}} = \frac{1}{12 (1 - \mu^2)} b \cdot h^3 = \underline{\underline{0,00000438}} \text{ m}^4$$

$$I_t^{\text{II}} = I_c^{\text{II}} + A_c^{\text{II}} (a_{g1} - a_c)^2 + \alpha_e A_{s1} (a_{g1} - d)^2 + \alpha_e A_{s2} (a_{g1} - d_2)^2 = \underline{\underline{0,00011185}} \text{ m}^4$$

Desková tuhost pro celý průřez i s výztužemi

$$D = \underline{\underline{3467}} \text{ kNm}$$

Obr. 35: List 11) až 14) MSP- ideální průřez s trhlinami

Program přistoupí na výpočet omezení napětí v tlačené části betonu a v tažené betonářské výztuži (obr. 36). Vyhledá extrémní hodnotu, kterou použije při vyhodnocování, zda návrh z hlediska omezení napětí vyhoví či nevyhoví.

OMEZENÍ NAPĚTÍ

V TLACENÉ ČÁSTI BETONU

Napětí v místě a_g :



hodnota poloměru pro maximální $\sigma(r)$ [m]	MAX $\sigma(r)$ [MPa]
5,00	-5,913
2,98	3,897

$$\sigma_c = -5,913 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,6$$

$$\sigma_{c,ek} \leq k_1 f_{ck}$$

$$5,913 \leq 15$$

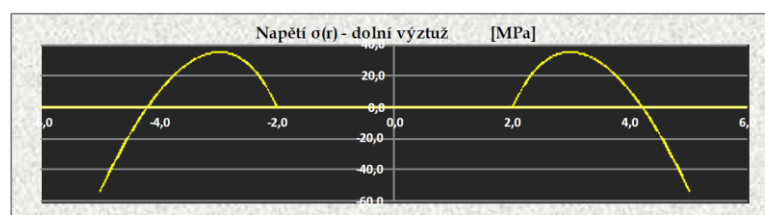
Vyhovuje

Pro prostředí XD, XF a XS

POZN.: XD koroze betonu vyvolaná chloridy, XF mrazové
cykly, XS koroze betonu vyvolaná chloridy mořské vody

VE VÝZTUŽI - TAŽENÉ

Napětí v místě (d- a_g) :



hodnota poloměru pro maximální $\sigma(r)$ [m]	MAX $\sigma(r)$ [MPa]
5,00	-53,203
2,98	35,058

$$\sigma_{s1} = \sigma_s = 226,177 \text{ MPa}$$

$$k_3 = 0,8$$

$$\sigma_{s1,ek} \leq k_3 f_{yk}$$

$$226,18 \leq 400$$

Vyhovuje

Obr. 36: List 11) až 14) MSP- omezení napětí

Dále je posouzen průřez na omezení šířky trhlin (obr. 37), během kterého se vypočítá a ověří minimální průřezová plocha výztuže. Proveďte se posouzení porovnáním výsledků s tabulkovými hodnotami, zda vyhoví či nevyhoví.

OMEZENÍ ŠÍŘKY TRHLIN

BEZ PŘÍMÉHO VÝPOČTU

Výpočet minimální průřezové plochy výztuže:

$$\sigma_z \cdot A_{z, \min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct, eff} \cdot A_c$$

$$\sigma_z = f_{yk} \cdot f_{ct, eff} = f_{cm}$$

$$A_{ct} = (h/2) \cdot b = 0,110 \text{ m}^2$$

$$k_c = 0,4 \left[1 - \frac{\sigma_z}{k_1(h/h^*)f_{ct, eff}} \right] \leq 1 \quad h^* = h$$

$$k_c = 0,4 < 1 \rightarrow$$

$$k_c = 0,4$$

$$k = 1$$

Minimální průřezová plocha výztuže:

$$A_{z, \min} = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct, eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_z} = 0,0002288 \text{ m}^2$$

$$A_{s1} \geq A_{z, \min}$$

$$0,0001131 \geq 0,0002288 \text{ m}^2$$

NEVYHOVUJE! = nutno změnit profil výztuže, rozteče mezi pruty, třídu výztuže.

Napětí ve výztuži pro kvazistálou kombinaci zatížení:

Napětí v místě (d-a_{st}):



$$\sigma_s = 30,108 \cdot \alpha_s = 194,247 \text{ MPa}$$

Vyberte prostředí: Doporučené w_{max}(mm)

$$x_0, x_{c1} \rightarrow 0,4 \rightarrow$$

$$\phi_s^* = 32,00 \text{ mm}$$

$$h_{ef} = 0,11 \text{ m}$$

$$\phi_z = \phi_s^* \cdot \frac{f_{ct, eff}}{2,9} \cdot \frac{k_c h_{ef}}{2(h-d)} = 19,13 \text{ mm}$$

$$\text{Max. průměr prutu (mm): } 19,00 \text{ mm}$$

$$\text{Max. vzdálenosti (mm): } 250,00 \text{ mm}$$

Posouzení, zda návrh vyhovuje povoleným maximům:

$$\text{Navržený profil } \leq \text{max. profil} \\ 6 \leq 19,00 \text{ Vyhovuje}$$

$$\text{Navržená vzdálenost } \leq \text{max. vzdálenost} \\ 250 \leq 250,00 \text{ Vyhovuje}$$

Obr. 37: List 11) až 14) MSP- omezení šířky trhlin

Omezení průhybů je v programu řešeno dvěma metodami. První metodou je posouzení průhybu přímým výpočtem (obr. 38). Program pracuje s měrným ohybovým momentem pro kvazistálou kombinaci zatížení, vypočítá měrný ohybový moment na mezi vzniku trhlin a tzv. rozdělovací součinitel. Vykreslí se průhyb pro průřez bez trhlin a s trhlínami. Vypočte se celkový průhyb od kvazistálé kombinace zatížení, porovná se s dovolenou hodnotou průhybu w_{lim} a stanoví se, zda vyhoví či nevyhoví.

OMEZENÍ PRŮHYBŮ

POSOUZENÍ PRŮHYBU VÝPOČTEM

Měrný ohybový moment pro kvazistálou kombinaci zatížení
 $M_{dk, kvazi} = 22,58 \text{ kNm/m}$

Měrný ohybový moment na mezi vzniku trhlin

$$\frac{M_{cr}}{I_{cr}} \cdot (h - a_{gr}) \leq f_{ctm} \rightarrow M_{cr} = 27,12 \text{ kNm/m}$$

Rozdělovací součinitel

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{M_{cr}}{M_{Rk}} \right)^2 = 0,2785$$

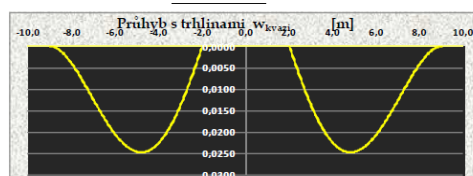
$\beta = 0,5$
 POZN.: dlouhodobě působící zatížení

Výpočet průhybu

bez trhlin: $w_{kvazi}^I = 0,002134 \text{ m} = \alpha_I$



s trhlínami: $w_{kvazi}^{II} = 0,024709 \text{ m} = \alpha_{II}$



Maximální dovolený průhyb:

$$w_{lim} = \frac{1}{250} L = 0,028 \text{ m}$$

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I = 0,0084 \text{ m} = w_{kvazi}$$

$$w_{kvazi} \leq w_{lim}$$

$$0,0084215 \leq 0,028$$

Vyhovuje

Obr. 38: List 11) až 14) MSP- omezení průhybů

Při druhé metodě lze při posouzení průhybu od přímého výpočtu upustit (obr. 39). Metoda je založena na porovnání poměru rozpětí k účinné výšce (l/d) s mezním poměrem $(l/d)_{mezní}$. Na základě porovnání program vyhodnotí, zda poměr vyhoví či nevyhoví.

KDY LZE OD VÝPOČTU UPUSTIT

l/d je mezní poměr rozpětí k účinné výšce

$$\rho \leq \rho_0 \quad \left(\frac{l}{d} \right)_{mezní} = K_{c1} K_{c2} K_{c3} K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\rho \geq \rho_0 \quad \left(\frac{l}{d} \right)_{mezní} = K_{c1} K_{c2} K_{c3} K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right]$$

$$K = 1,3$$

$$\rho_0 = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}} = 0,00500$$

$$\rho = \frac{A_{s1}}{b d} = 0,00228$$

$$\rho' = \frac{A_{s2}}{b d} = 0,00341$$

$$\left(\frac{l}{d} \right)_{mezní} = 62,932$$

$$K_{c3} = \frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk} A_{s, req} / A_{s, prov}} = 1,00$$

$$K_{c2} = 1,00$$


$$K_{c1} = 1,00$$

$$L = 7,00 \text{ m}$$

$$\frac{l}{d} \leq \left(\frac{l}{d} \right)_{mezní} \quad 33,816 \leq 62,932$$

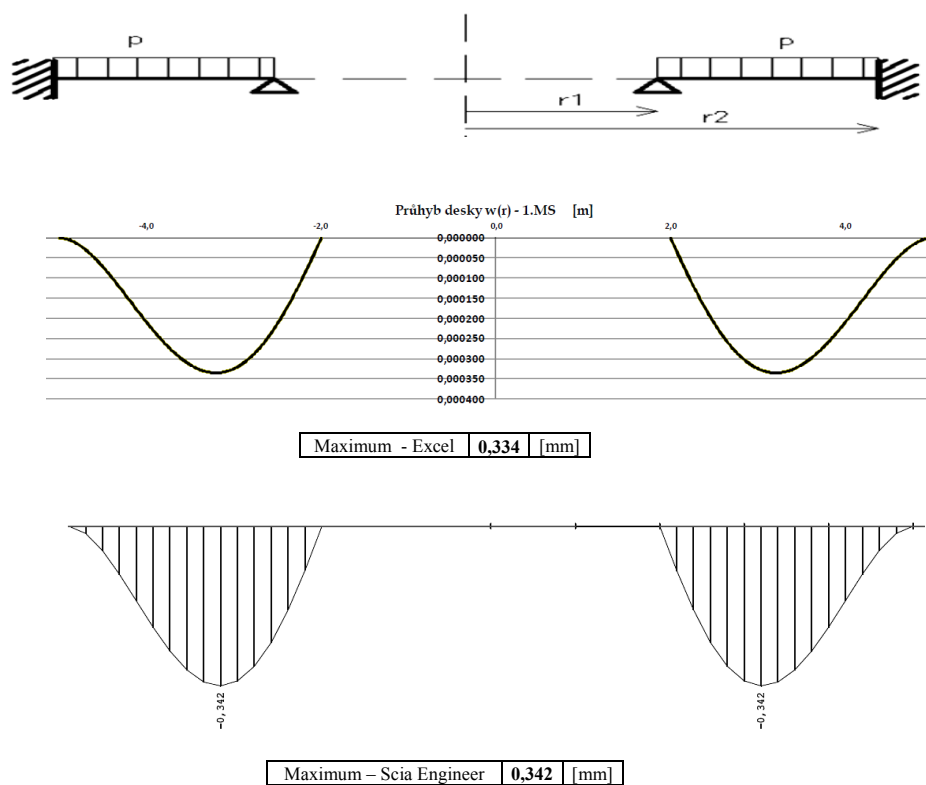
Vyhovuje

Obr. 39: List 11) až 14) MSP- omezení průhybů bez přímého výpočtu

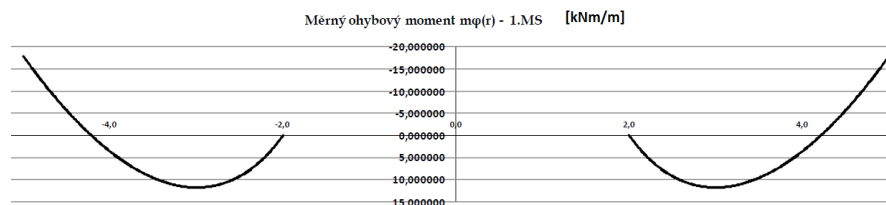
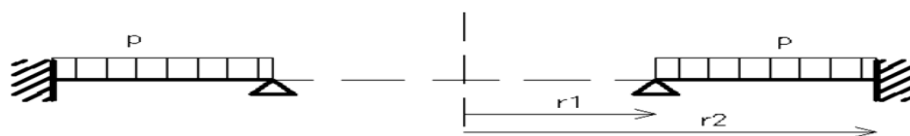
Stejným způsobem uživatel postupuje k výpočtům souvisejících s mezním stavem použitelnosti i pro tangenciální směr, k dolnímu i hornímu okraji průřezu. Poté je konstrukce kompletně navržena a posouzená z hlediska obou mezních stavů a uživateli je nabídnuta „Verze pro tisk“, kde je shrnut celý výpočet v černobílé přehledné verzi nachystané pro tisk ve formátu A4.  V Příloze, kde jsou řešeny tři vzorové příklady je jako výstup návrhu použita právě „Verze pro tisk“.

5 OVĚŘENÍ SPRÁVNOSTI

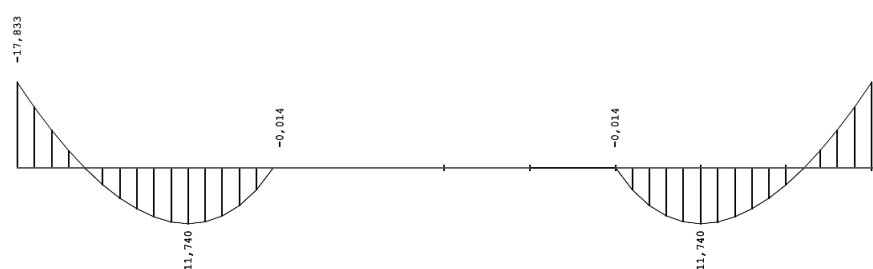
Během zpracovávání byly průběžně výsledky kontrolovány s výsledky z jiných softwarů, které pracují na jiném principu, či s výsledky různých řešených příkladů z odborné literatury (např. [1]), jejichž zadání bylo vloženo do vytvořeného programu a výsledky se shodovaly. Kontrola se týkala především první části práce popsané v kap. 2. Výsledkem této části jsou totiž průhyby, průběhy vnitřních sil a napětí, které jsou v bakalářské práci závislé na odvozených rovnicích a tedy bezchybnosti jejich odvození. Proto jsou průběhy srovnány s výslednými průběhy všech mezikruhových a kruhových desek namodelovaných v programu Scia Engineer 2009, přičemž bylo nastaveno řešení dle Kirchhoffovy teorie. Následující ukázkové obrázky dokládají shodu výstupů z vytvořeného programu v MS Excel a Scia Engineer 2009 (obr. 40 až obr. 48)



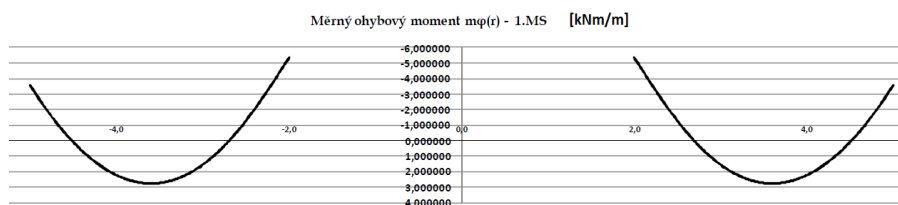
Obr. 40: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – průhyb – mezikruhová deska



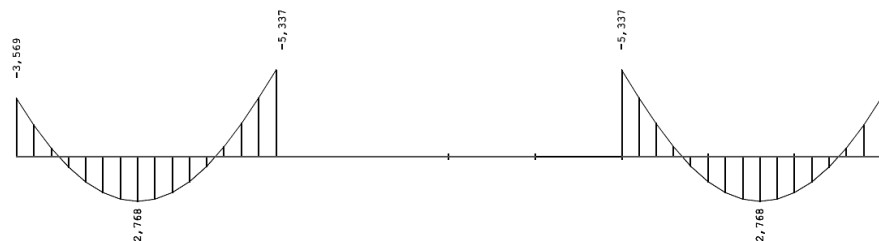
Minimum - Excel	-17,828	[kNm/m]
Maximum - Excel	11,731	[kNm/m]



Minimum - Scia Engineer	-17,833	[kNm/m]
Maximum - Scia Engineer	11,740	[kNm/m]

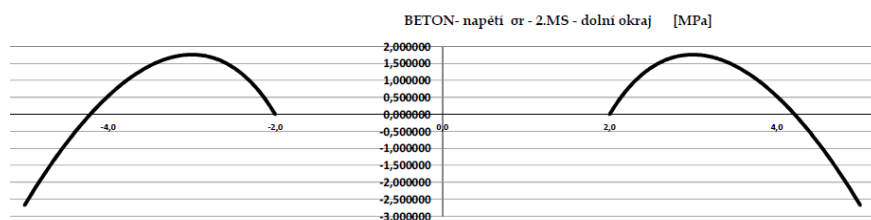
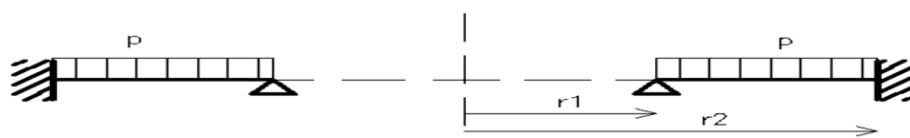


Minimum - Excel	-5,352	[kNm/m]
Maximum - Excel	2,784	[kNm/m]

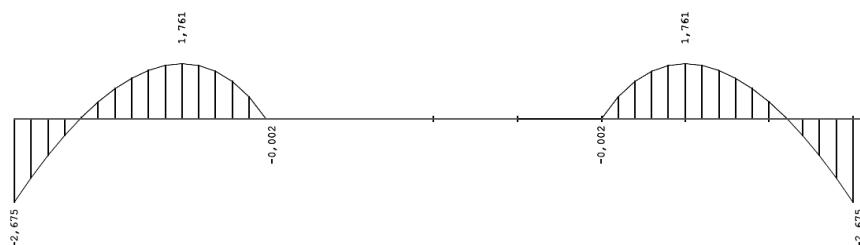


Minimum - Scia Engineer	-5,337	[kNm/m]
Maximum - Scia Engineer	2,768	[kNm/m]

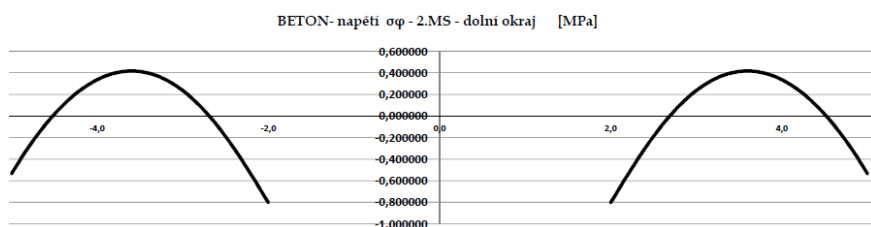
Obr. 41: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer-ohyb.momenty-mezikruhová deska



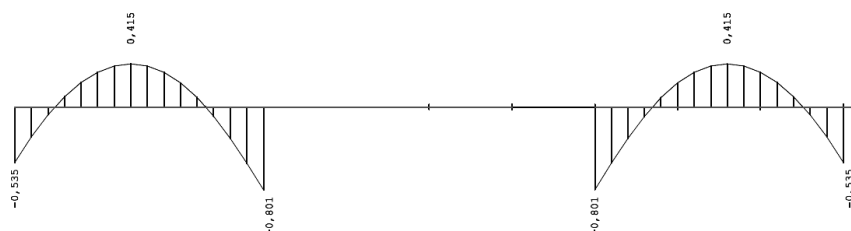
Minimum - Excel	-2,674	[MPa]
Maximum - Excel	1,760	[MPa]



Minimum - Scia Engineer	-2,675	[MPa]
Maximum - Scia Engineer	1,761	[MPa]

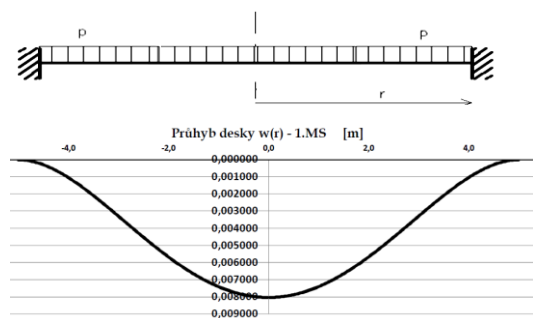


Minimum - Excel	-0,803	[MPa]
Maximum - Excel	0,418	[MPa]

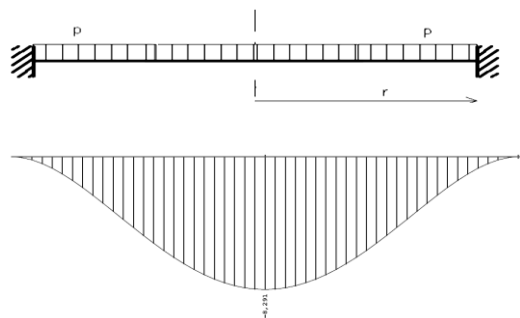


Minimum - Scia Engineer	-0,801	[MPa]
Maximum - Scia Engineer	0,415	[MPa]

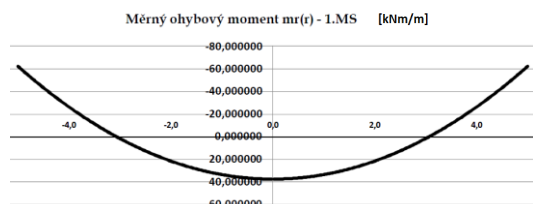
Obr. 42: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – napětí – mezikruhová deska



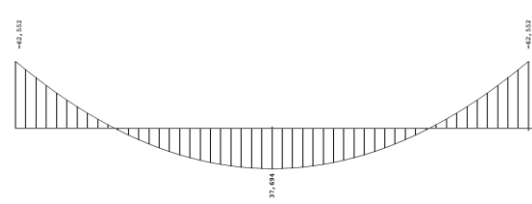
Maximum - Excel	8,035	[mm]
-----------------	--------------	------



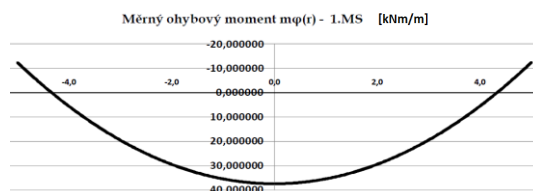
Maximum - Scia Engineer	8,291	[mm]
-------------------------	--------------	------



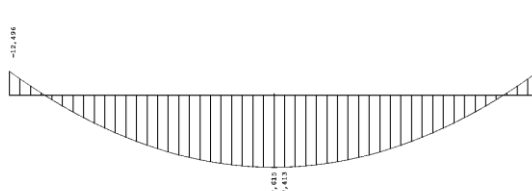
Minimum - Excel	-62,500	[kNm/m]
Maximum - Excel	37,497	[kNm/m]



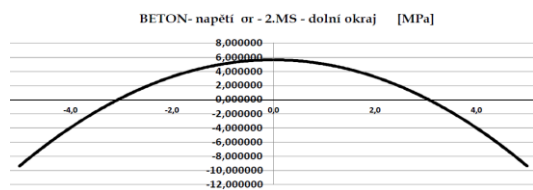
Minimum - Scia Engineer	-62,552	[kNm/m]
Maximum - Scia Engineer	37,694	[kNm/m]



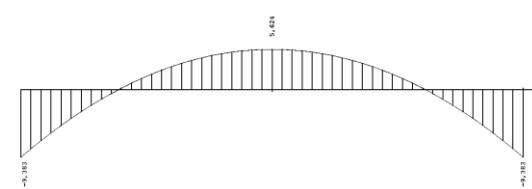
Minimum - Excel	-12,500	[kNm/m]
Maximum - Excel	37,499	[kNm/m]



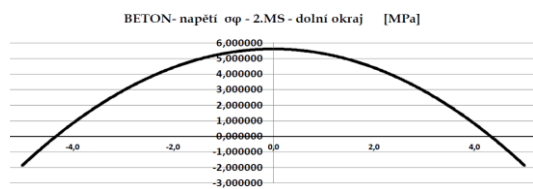
Minimum - Scia Engineer	-12,496	[kNm/m]
Maximum - Scia Engineer	37,615	[kNm/m]



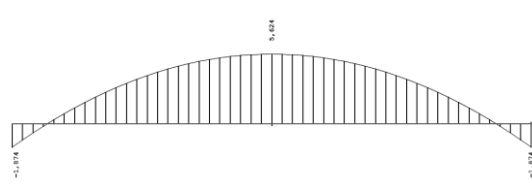
Minimum - Excel	-9,375	[MPa]
Maximum - Excel	5,625	[MPa]



Minimum - Scia Engineer	-9,383	[MPa]
Maximum - Scia Engineer	5,624	[MPa]

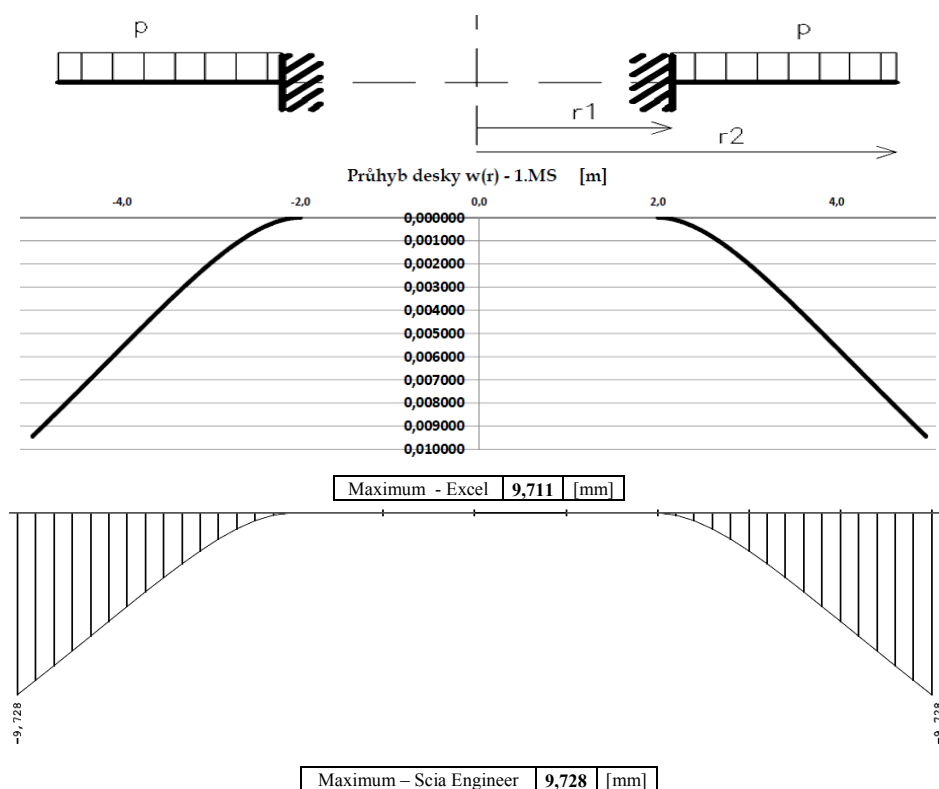


Minimum - Excel	-1,875	[MPa]
Maximum - Excel	5,625	[MPa]

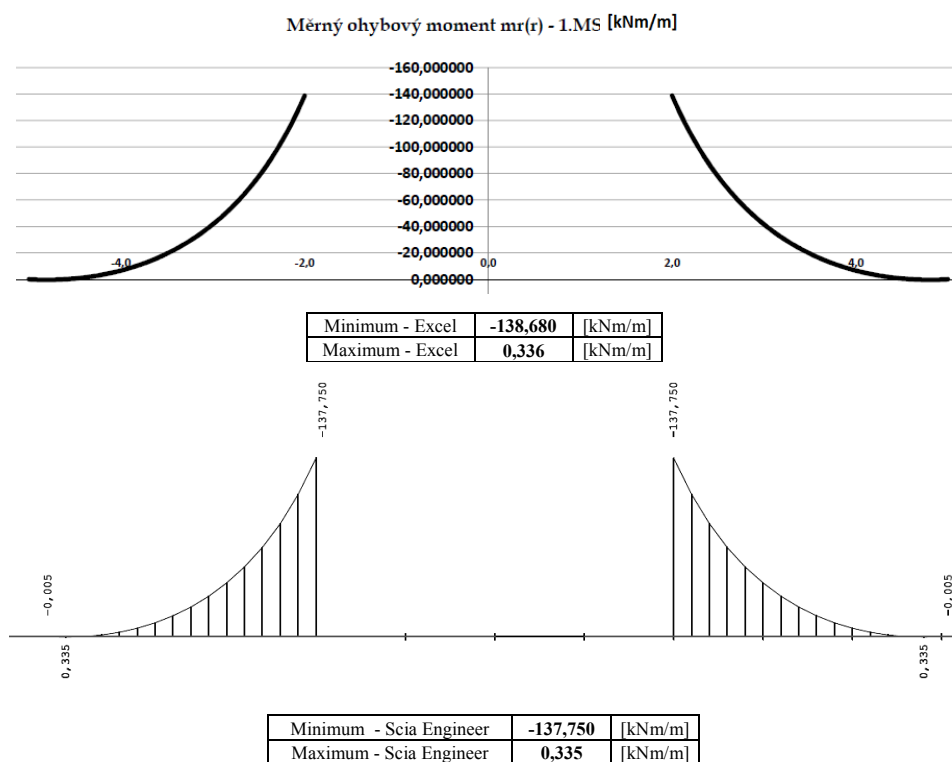


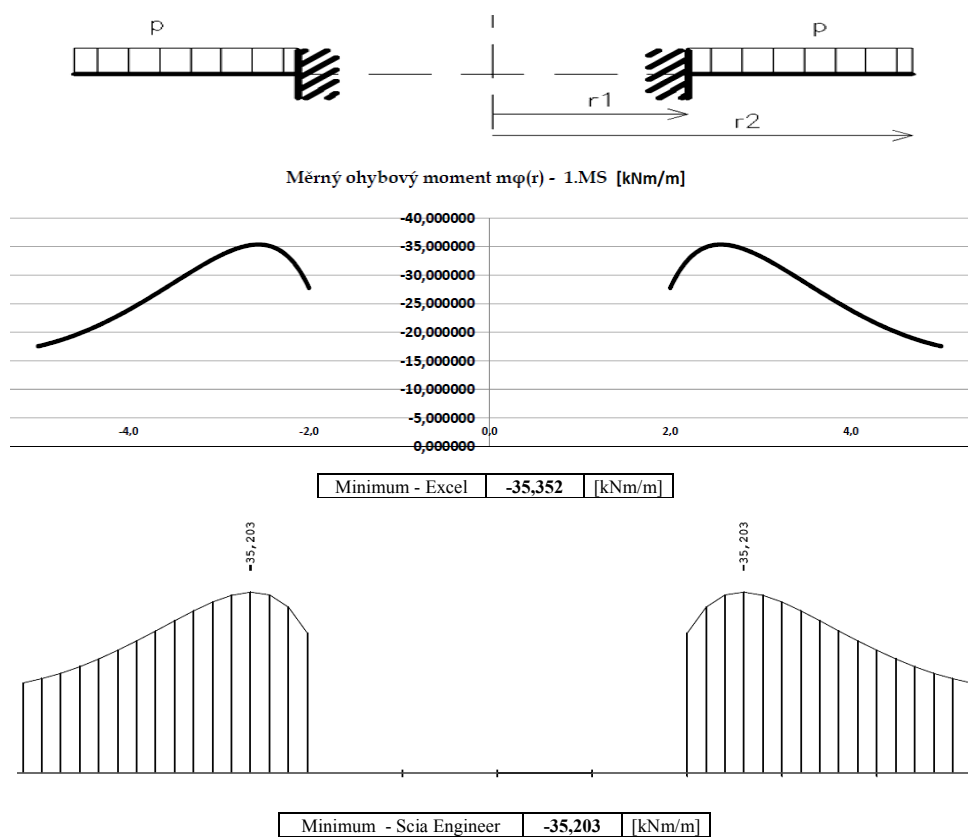
Minimum - Scia Engineer	-1,874	[MPa]
Maximum - Scia Engineer	5,624	[MPa]

Obr. 43: Srovnání výstupů z Excelu a Scia Engineer – kruhová deska

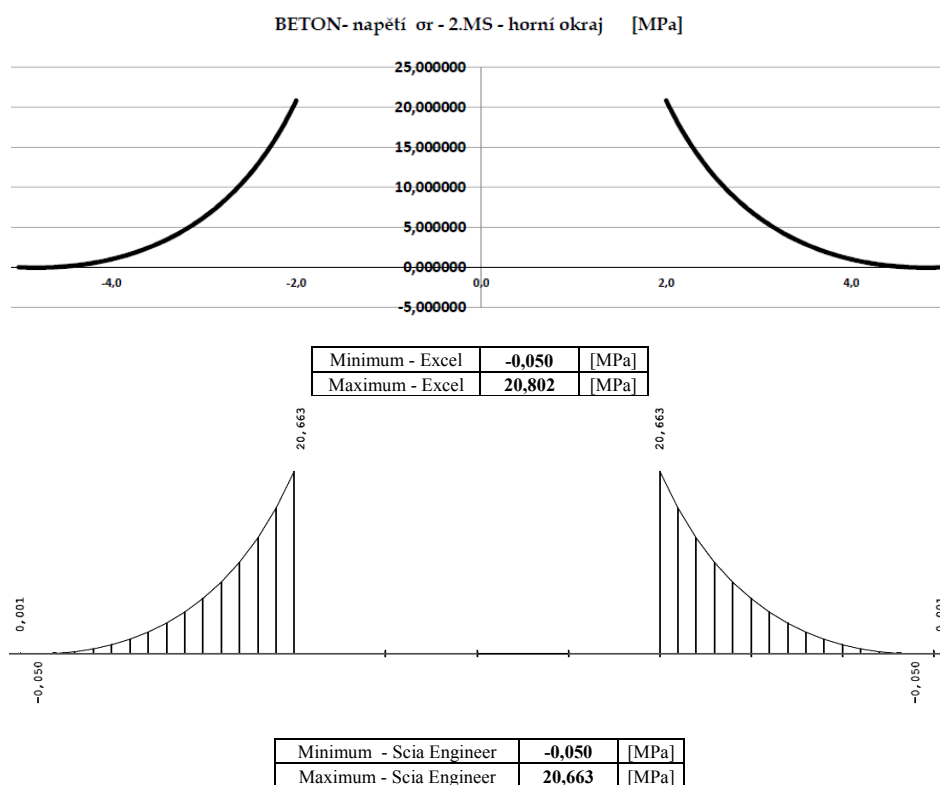


Obr. 44: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – průhyb - mezikruhová deska 2

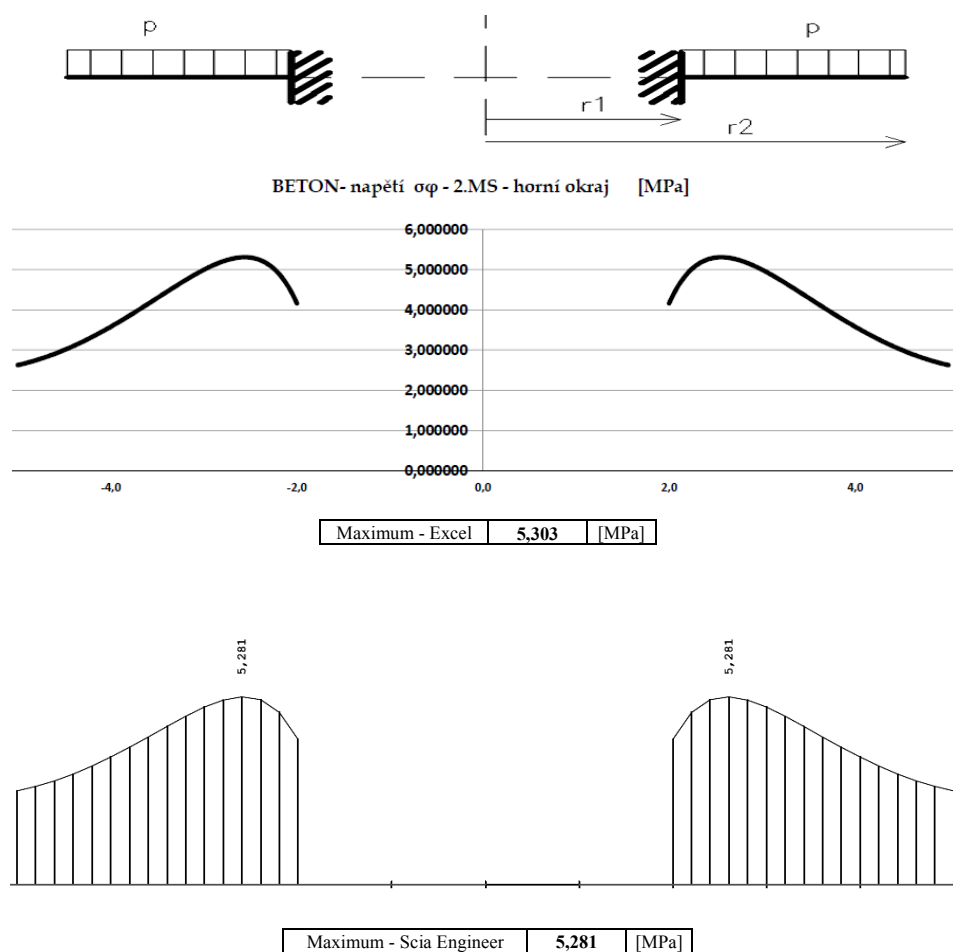
Obr. 45: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – ohyb.moment m_r - mezikruhová deska 2



Obr. 46: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – ohyb.moment m_ϕ - mezikruhov \acute{a} deska 2



Obr. 47: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer - napětí σ_r - mezikruhov \acute{a} deska 2



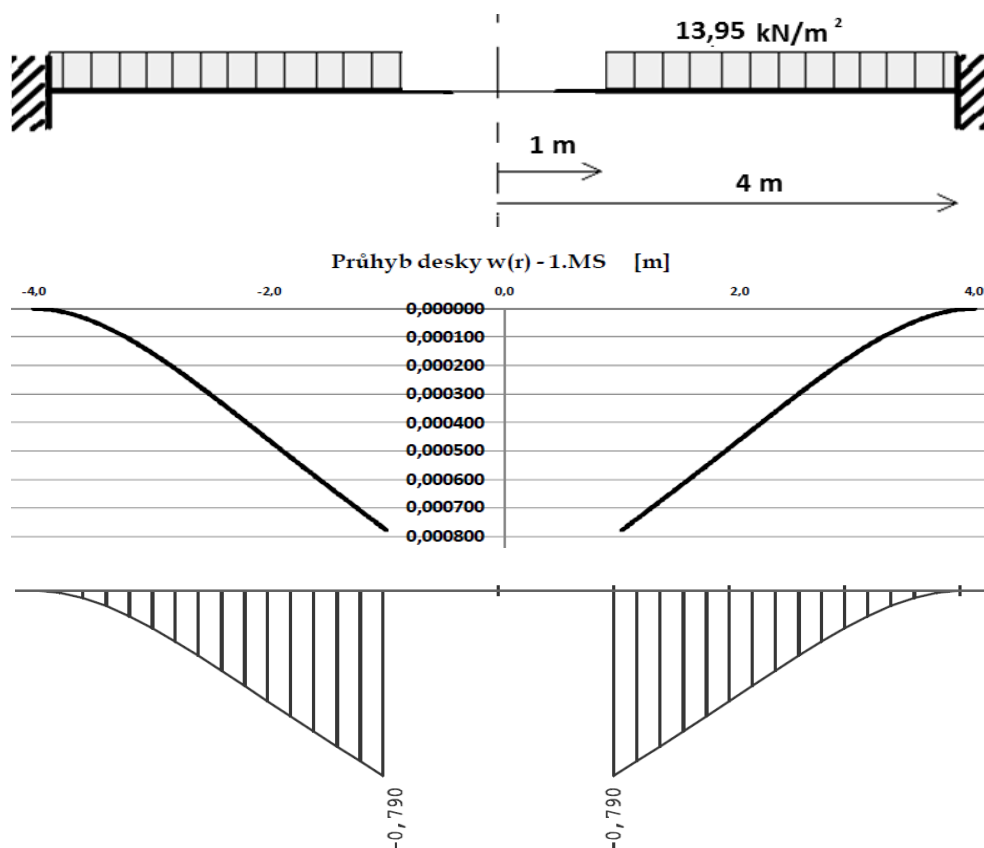
Obr. 48: Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – napětí σ_φ - mezikruhová deska 2

6 ANOMÁLIE MEZIKRUHOVÝCH A KRUHOVÝCH DESEK

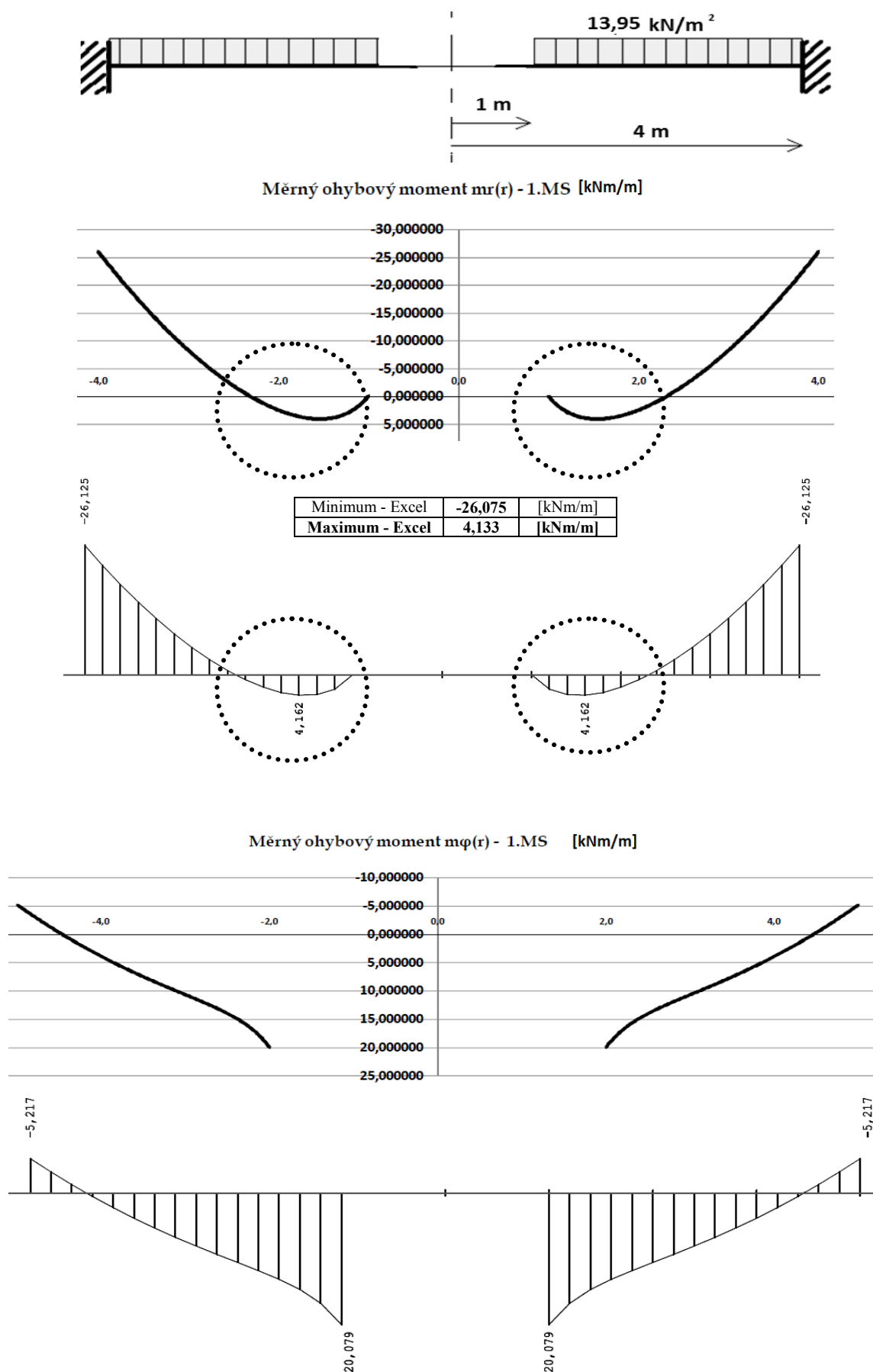
6.1 ANOMÁLIE PRŮBĚHŮ VTNITŘNÍCH SIL

VARIANTA 5

V tomto případě se jedná o statické schéma zobrazené na obr. 49, kdy je mezikruhová deska z betonu C35/45 vetknutá na vnějším okraji. Vnitřní poloměr desky $r_1=1\text{m}$, vnější poloměr desky $r_2=4\text{m}$, tloušťka desky $h=0,28\text{m}$ a je zatížena pouze vlastní tíhou $p=13,95\text{ kN/m}^2$. Zatímco průhyb i měrný ohybový moment tangenciální měl ve vytvořeném programu v MS Excel i ve Scia Engineer očekávaný průběh, radiální měrný ohybový moment nabývá i kladných hodnot (obr. 50), což je u konzolového typu uložení neobvyklé. Pro použité rozměry desky má vzniklý kladný radiální moment maximální hodnotu $4,133\text{ kNm/m}$ (obr. 50).



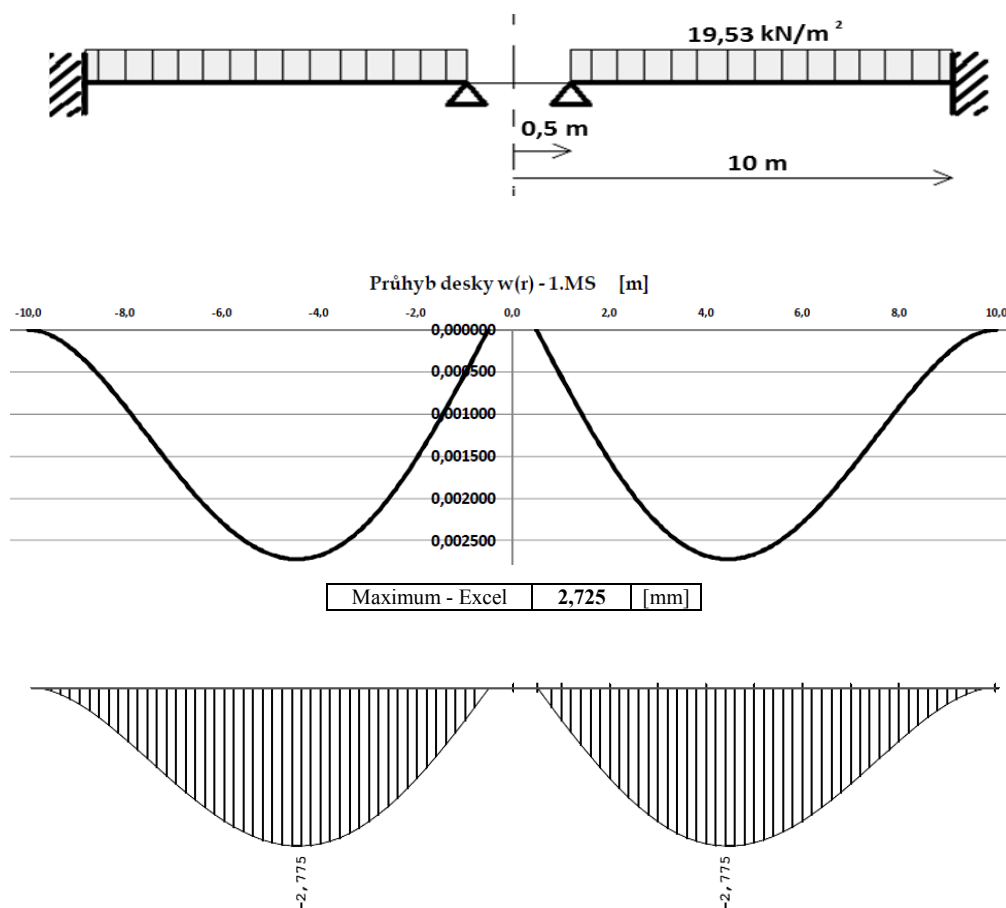
Obr. 49: Anomálie – Varianta 5 – průhyb



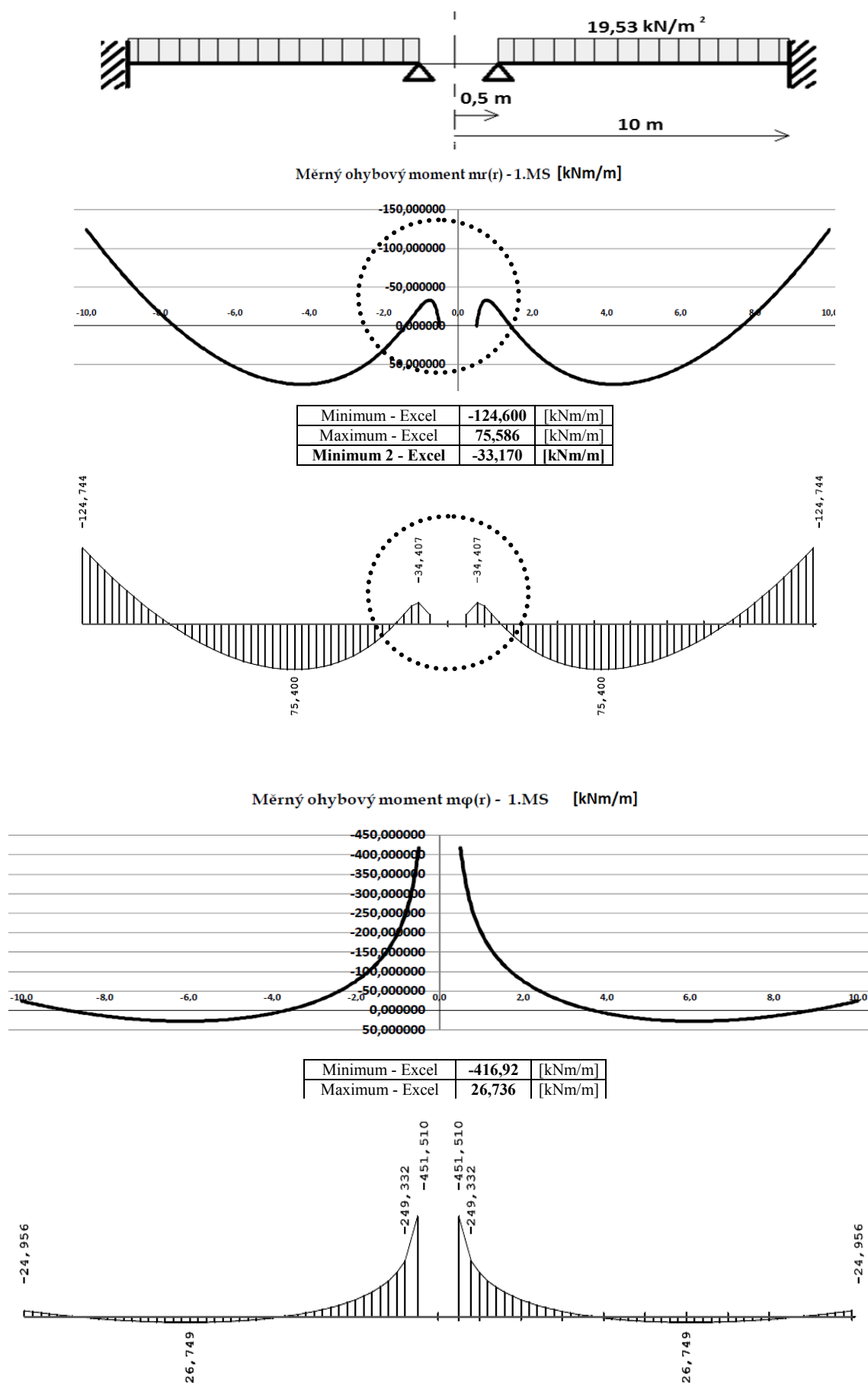
Obr. 50: Anomálie – Varianta 5 – měrné ohybové momenty

VARIANTA 1

Ve variantě 1 (static. schéma na obr. 51) se jedná o mezikruhovou desku z betonu C35/45. Vnitřní poloměr desky $r_1=0,5\text{m}$, vnější poloměr desky $r_2=10\text{m}$, tloušťka desky $h=0,40\text{m}$ a je zatížena pouze vlastní tíhou $p=19,53\text{ kN/m}^2$. Zatímco průhyb i měrný ohybový moment tangenciální měl ve vytvořeném programu v MS Excel i ve Scia Engineer očekávaný průběh, radiální měrný ohybový moment nabývá v blízkosti vnitřní podpory i záporných hodnot (obr. 52). To je pro vnitřní podporu, která je modelována jako prosté podepření, neobvyklé. Pro použité rozměry desky má tento vzniklý záporný radiální moment maximální hodnotu $-33,170\text{ kNm/m}$.



Obr. 51: Anomálie – Varianta 1 – průhyb



Obr. 52: Anomálie – Varianta 1 – měrné ohybové momenty

6.2 ODVOZENÍ MĚRNÉHO DESKOVÉHO MOMENTU SETRVAČNOSTI I^D

Při navrhování betonových konstrukcí, je v obecných vztazích pro výpočty související s mezním stavem použitelnosti využíván moment setrvačnosti I^I – průřezu neporušeného trhlinami a I^{II} – průřezu porušeného trhlinami. Oba momenty setrvačnosti slouží k výpočtům napětí, se kterým se pracuje během celého výpočtu MS použitelnosti. Využití I^I a I^{II} bude ukázáno na prostém nosníku:

Např.: napětí v betonu v dolních (tažených) vláknech:

$$\sigma_c = \frac{M_{Ek}}{I_i} (h - a_{gi}) \quad (133)$$

nebo napětí ve výztuži po vzniku trhlin:

$$\sigma_{s1} = \alpha_e \left[\frac{M_{Ek} (d - a_{gi})}{I_i^{II}} \right] \quad (134)$$

Obecně jsou tyto momenty setrvačnosti potřebné také k výpočtu průhybu průřezu bez trhlin:

$$w_{kvazi}^I = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{kvazi} \cdot l^4}{EI_i^I} \quad (135)$$

$$\text{kde: } I_i^I = I_c^I + A_c^I (a_{gi} - a_c)^2 + \alpha_e \cdot A_{s1} \cdot (a_{gi} - d)^2 + \alpha_e \cdot A_{s2} \cdot (a_{gi} - d_2)^2 \quad (136)$$

$$I_c^I = \frac{1}{12} b \cdot h^3 \quad (137)$$

a pro průřez s trhlinami:

$$w_{kvazi}^{II} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{kvazi} \cdot l^4}{EI_i^{II}} \quad (138)$$

V bakalářské práci bylo nutné tyto obecné vztahy upravit tak, aby byly použitelné při práci s mezikruhovými a kruhovými deskami. Přitom bylo důležité vystihnout podstatu výpočtů mezního stavu použitelnosti a správně je zakomponovat do teorie mezikruhových a kruhových desek. Použité úpravy obecných vzorců budou vysvětleny v následujícím textu.

Průhyb nosníku se stanoví dosazením do vzorců (135) a (138), kde znázorňuje EI_i **tuhost nosníku**. Pro výpočty desek se používá pro znázornění **průhybu desková rovnice** (12), která je závislá na **deskové tuhosti D** (vyskytující se v konstantách C_1 až C_4).

$$w(r) = w_0(r) + C_1 + C_2 r^2 + C_3 \ln r + C_4 r^2 \ln r \quad (12)$$

Vzhledem k podobnosti vztahu tuhosti pro nosník a tuhost desky byl odvozen měrný deskový moment setrvačnosti I_c^D pro betonový průřez:

$$\text{Tuhost nosníku: } E \frac{1}{12} b h^3 \rightarrow \mathbf{EI}_i$$

$$\text{Tuhost desky, desková tuhost } D: \quad D = E \frac{h^3}{12(1-\mu^2)} \rightarrow \mathbf{EI}_c^D$$

tedy **měrný deskový moment setrvačnosti** pro betonový průřez:

$$I_c^D = \frac{h^3}{12(1-\mu^2)}$$

V deskové tuhosti je nutné v MSP zohlednit i horní a dolní výztuž a jejich polohu v průřezu. **Měrný deskový moment setrvačnosti** celého průřezu i s výztužemi je znázorněn ve vztahu (105).

$$I_i^D = I_c^D + A_c^I (a_{gi} - a_c)^2 + \alpha_e A_{s1} (a_{gi} - d)^2 + \alpha_e A_{s2} (a_{gi} - d_2)^2 \quad (105)$$

Dále je získána nová desková tuhost $D = \mathbf{EI}_i^D$, použitelná pro MS použitelnosti. Měrný deskový moment setrvačnosti je možné spočítat pro průřez bez trhlin i s trhlami.

Takto odvozený měrný deskový moment setrvačnosti, který ovlivňuje deskovou tuhost, je uplatněn i pro výpočet napětí. Napětí je totiž pro desky závislé na deskové tuhosti prostřednictvím rovnice průhybu (resp. jejich derivací) a je stanoveno dle vztahů (6) a (7):

$$\sigma_r = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left(z w' + \frac{z}{r} \mu w' \right) \quad (6)$$

$$\sigma_\varphi = \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{z}{r} w' + z \mu w' \right) \quad (7)$$

7 ZÁVĚR

Cílem práce bylo vytvořit univerzální program, který slouží k navrhování a posuzování libovolně uložených železobetonových mezikruhových a kruhových desek jakýchkoli rozměrů.

Uživatel si zvolí typ uložení, rozměry konstrukce, třídu betonu a oceli. Program na základě teorie desek a deskové rovnice pro mezikruhové a kruhové desky provede analýzu konstrukce. Upravené tvary rovnice jsou definovány v programu tak, aby bylo zajištěno správné fungování programu a získávání správných výsledků pro jakýkoli uživatelem zvolený typ konstrukce. Uživatel tak není nucen sám modelovat konstrukci v jiném softwaru, aby získal potřebné průběhy vnitřních sil a deformací. Ty se v programu automaticky vykreslí, což umožní přistoupit k návrhu výztuže.

Výsledkem je navržená betonářská výztuž, která vyhovuje z hlediska únosnosti i použitelnosti, a která splňuje všechny konstrukční zásady. Během výpočtu může uživatel libovolně měnit zvolené parametry a program vše přepočítá, což ušetří uživateli spoustu práce a času v porovnání s manuálními výpočty.

Po dobu celého výpočtu a navrhování betonářské výztuže je uživatel průběžně informován, zda jeho návrh vyhovuje z hlediska obou mezních stavů i všem předepsaným předpisům a konstrukčním zásadám. Pokud kdykoli v průběhu procesu navrhování řešení nevyhoví, je uživateli poskytnuta rada s dalším možným postupem či vhodnými změnami.

Je-li konstrukce kompletně navržená a posouzená je uživateli nabídnuta „Verze pro tisk“, kde je shrnut celý výpočet v černobílé přehledné verzi nachystané pro tisk ve formátu A4. Součástí práce je uživatelský manuál, který přispívá k lepší orientaci při práci v programu a umožňuje tak uživateli rychlé a efektivní využití.

Pro ověření správnosti výsledných průhybů, průběhů radiálních a tangenciálních měrných ohybových momentů, radiální měrné posouvající síly i napětí v radiálním a tangenciálním směru, byly výsledky z vytvořeného programu v Excelu porovnány s výsledky z programu Scia Engineer 2009, přičemž se výstupy obou softwarů téměř shodovaly.

Ve srovnání s jinými programy, které pracují například na principu metody konečných prvků, je výsledný program vytvořen na základě analytického řešení, které umožňuje dosažení přesnějších výsledků. V porovnání s jinými programy se vyskytuje určité omezení v souvislosti se zatížením. Pro práci ve výsledném programu je nutné rovnoměrné plošné rotačně symetrické zatížení působící kolmo na rovinnou střednicovou plochu desky. Výhodou vytvořeného programu je řešení zvolené konstrukce od statické analýzy, získání průběhů deformací a vnitřních sil, přes návrh až k posouzení dle mezního stavu únosnosti a použitelnosti, přičemž je program schopný pracovat i s průřezem porušeným trhlinami. Vytvořený program nabízí návrh a posouzení konstrukce z hlediska prvního i druhého mezního stavu ve větším rozsahu než ostatní programy.

Moji snahou bylo vypracovat tuto práci s maximálním uplatněním znalostí a vědomostí, které jsem získala během dosavadního studia. Během jejího zpracovávání jsem si své znalosti ověřila a rozšířila, např. když jsem se u výsledných průběhů vnitřních sil setkala, u některých typů uložení a různých rozměrů, s neobvyklými průběhy momentů, které se odlišovaly od očekávaných průběhů vznikajících na stejně uloženém nosníku (nosníková analogie). Dále jsem si své znalosti rozšířila v souvislosti s mezním stavem použitelnosti, pro který bylo nutné přizpůsobit metodiku výpočtů dle Eurokódu tak, aby ji bylo možné aplikovat v práci s deskovými rovnicemi pro mezikruhové a kruhové desky. To je řešeno prostřednictvím tzv. měrného deskového momentu setrvačnosti, který je v práci odvozen.

Základní část práce (osm typů mezikruhových desek posouzených na MSÚ) byla již před rozšířením úspěšně obhájena při studentské vědecké odborné činnosti – SVOČ, publikována ve sborníku SVOČ a získala ocenění v roce 2011:

- 2. místo ve školním kole SVOČ v sekci: Inženýrské konstrukce a stavební mechanika

8 PODĚKOVÁNÍ

Děkuji své vedoucí bakalářské práce, paní Ing. Matečkové Pavlíně, Ph.D. za podporu a odbornou pomoc, kterou mi věnovala při zpracování této bakalářské práce.

Také bych chtěla poděkovat panu doc. Ing. Brožovskému Jiřímu, Ph.D. a doc. Ing. Janasovi Petru, CSc. za konzultace v oboru stavební mechaniky.

Děkuji také všem, kteří mi radou pomohli při tvorbě této práce. Jmenovitě:

- Ing. Rosmanit Miroslav, Ph.D.
- Ing. Wünsche Martin

9 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

Odborné publikace:

- [1] Dobiášová, V. – Varaďová, V.: *Pružnost a plasticita II*, VUT v Brně.
- [2] Dický, J. – Mistríková, Z. – Sumec, J.: *Pružnost' a plasticita v stavebnictve 2*, STU v Bratislavě, 2006.
- [3] Teplý, B. – Šmiřák, S.: *Pružnost a plasticita II*, VUT Brno, 1993.
- [4] Procházka, J. – Štěpánek, P. – Krátký, J. – Kohoutková, A. – Vašková, J.: *Navrhování betonových konstrukcí*, ČBS, 2007.
- [5] Harvančík, J. – Drahoňovský, Z.: *Výpočty prútových a plošných koňstrukcí*, Bratislava, 1970.

Normy:

- [6] ČSN EN 1990, *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*; Praha: Český normalizační institut, 2004
- [7] ČSN EN 1992 – 1 – 1, *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*; Praha: Český normalizační institut, 2006

Internetové zdroje:

- [8] www.cbsbeton.eu
- [9] www.betontks.cz

Další zdroje:

- [10] časopis BETON TKS 5/2006
- [11] časopis BETON TKS 5/2011
- [12] časopis BETON TKS 6/2011
- [13] přednášky k předmětu Pružnost a plasticita II (katedra stavební mechaniky FAST, VŠB – TUO)

10 SEZNAM TABULEK A OBRÁZKŮ

Seznam tabulek:

Tab. 1	Okrajové podmínky dle typu uložení mezikruhové desky	20
Tab. 2	Okrajové podmínky dle typu uložení kruhové desky	27
Tab. 3	Mechanické vlastnosti pevnostních tříd betonu	35
Tab. 4	Charakteristické meze kluzu použitých druhů oceli	37
Tab. 5	Součinitelé ψ_i v závislosti na kategorii plochy	40
Tab. 6	Hodnoty c_{min} v závislosti na stupni vlivu prostředí a třídě konstrukce	41
Tab. 7	Součinitel η_1 podmínek soudržnosti	44
Tab. 8	Maximální šířka trhlin dle stupně vlivu prostředí	48
Tab. 9	Maximální průměr prutu dle napětí ve výztuži	49
Tab. 10	Maximální vzdálenosti prutů dle napětí ve výztuži	50
Tab. 11	Součinitel K dle nosného systému	52

Seznam obrázků:

Obr. 1	Model konstrukce mezikruhového a kruhového tvaru	12
Obr. 2	Způsob vyztužení konstrukce mezikruhového a kruhového tvaru	12
Obr. 3	Konvence polárních souřadnic [13]	14
Obr. 4	Konvence měrných vnitřních sil [13]	16
Obr. 5	Nenulové měrné vnitřní síly [13]	17
Obr. 6	Bilineární pracovní diagram betonu [7]	36
Obr. 7	Pracovní diagram oceli [7]	37
Obr. 8	Princip metody mezní rovnováhy [7]	42
Obr. 9	Protlačení desky sloupem [7]	54
Obr. 10	Titulní list programu – výběr způsobu uložení	57
Obr. 11	List 1)Zadání	57
Obr. 12	List 2)Zatížení	58
Obr. 13	List 2)Zatížení – výběr plochy	58
Obr. 14	List 3)Návrh betonu a oceli	59
Obr. 15	List 4)Vstupní hodnoty	60
Obr. 16	List 4) Vstupní hodnoty - podmínka pro tenkou desku	60
Obr. 17	List 4)Vstupní hodnoty – soustava rovnic pro mezikruhové desky	61

Obr. 18	List 4)Vstupní hodnoty – soustava rovnic pro kruhové desky	61
Obr. 19	List 4)Vstupní hodnoty – soustava rovnic pro desky se sloupem	62
Obr. 20	Momenty a průhyby – tabulka s hodnotami	62
Obr. 21	List 5)Momenty a průhyby – pro mezikruhovou desku	63
Obr. 22	List 5)Momenty a průhyby – pro kruhovou desku	64
Obr. 23	List 5)Momenty a průhyby – pro desku se sloupem	65
Obr. 24	List 5)Momenty a průhyby – extrémní hodnoty momentů a napětí	66
Obr. 25	List 6) až 9) Návrh betonářské výztuže – volba krytí	66
Obr. 26	List 6) až 9) Návrh betonářské výztuže – tabulka krytí	66
Obr. 27	List 6) až 9) Návrh betonářské výztuže – volba profilu výztuže	67
Obr. 28	List 6) až 9) Návrh betonářské výztuže – plocha výztuže	67
Obr. 29	List 6) až 9) Návrh betonářské výztuže – posudek	67
Obr. 30	List 6) až 9) Návrh betonářské výztuže – konstrukční zásady	68
Obr. 31	List Protlačení desky sloupem	69
Obr. 32	List 10)MSP	70
Obr. 33	List 11) až 14)MSP- charakteristiky průřezu	70
Obr. 34	List 11) až 14)MSP- ověření vzniku trhlin	71
Obr. 35	List 11) až 14)MSP- ideální průřez s trhlami	72
Obr. 36	List 11) až 14)MSP- omezení napětí	73
Obr. 37	List 11) až 14)MSP- omezení šířky trhlin	74
Obr. 38	List 11) až 14)MSP- omezení průhybů	75
Obr. 39	List 11) až 14)MSP- omezení průhybů bez přímého výpočtu	75
Obr. 40	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – průhyb – mezikruhová deska	76
Obr. 41	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer-ohyb.momenty - mezikruhová deska	77
Obr. 42	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – napětí – mezikruhová deska ..	78
Obr. 43	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – kruhová deska	79
Obr. 44	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – průhyb - mezikruhová deska 2	80
Obr. 45	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – ohyb.moment m_r - mezikruhová deska 2	80
Obr. 46	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – ohyb.moment m_φ - mezikruhová deska 2	81

Obr. 47	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – napětí σ_r - mezikruhová deska 2	81
Obr. 48	Srovnání výstupu z Excelu a Scia Engineer – napětí σ_φ - mezikruhová deska 2	82
Obr. 49	Anomálie – Varianta 5 – průhyb	83
Obr. 50	Anomálie – Varianta 5 – měrné ohybové momenty	84
Obr. 51	Anomálie – Varianta 1 – průhyb	85
Obr. 52	Anomálie – Varianta 1 – měrné ohybové momenty	86

Seznam použitých programů:

- Microsoft Office – Word
- Microsoft Office – Excel
- Scia Engineer 2009
- Microsoft Office – Picture Manager

11 SEZNAM PŘÍLOH

1. Řešený příklad č. 1
2. Řešený příklad č. 2
3. Řešený příklad č. 3